

第 63 回定例仁科記念講演会

## 電子系のトポロジー

— トポロジカル絶縁体・超伝導体・半金属 —

京都大学大学院理学研究科 教授

川上 則雄

## 磁性とトポロジー

— 磁石がつくるトポロジカル粒子 —

理化学研究所創発物性科学研究センター センター長

東京大学大学院工学系研究科 卓越教授

十倉 好紀

2017 年 12 月

第 63 回定例仁科講演会が 2017 年 12 月に仁科記念財団主催、東京大学大学院理学系研究科物理学専攻共催、日本アイソトープ協会後援で下記の通り開催された。この仁科記念財団冊子 NKZ-58 はその講演録である。

2018 年 3 月 仁科記念財団

### 第 63 回定例仁科記念講演会

日時： 2017 年 12 月 6 日（水）15：00～17：00

場所： 東京大学理学部 1 号館 小柴ホール

講師： 川上 則雄 京都大学大学院理学研究科 教授

「電子系のトポロジー —トポロジカル絶縁体・超伝導体・半金属—」

十倉 好紀 理化学研究所創発物性科学研究センター センター長  
東京大学大学院工学系研究科 卓越教授

「磁性とトポロジー —磁石がつくるトポロジカル粒子—」

主催： 仁科記念財団

共催： 東京大学大学院理学系研究科物理学専攻

後援： 日本アイソトープ協会

NKZ-58

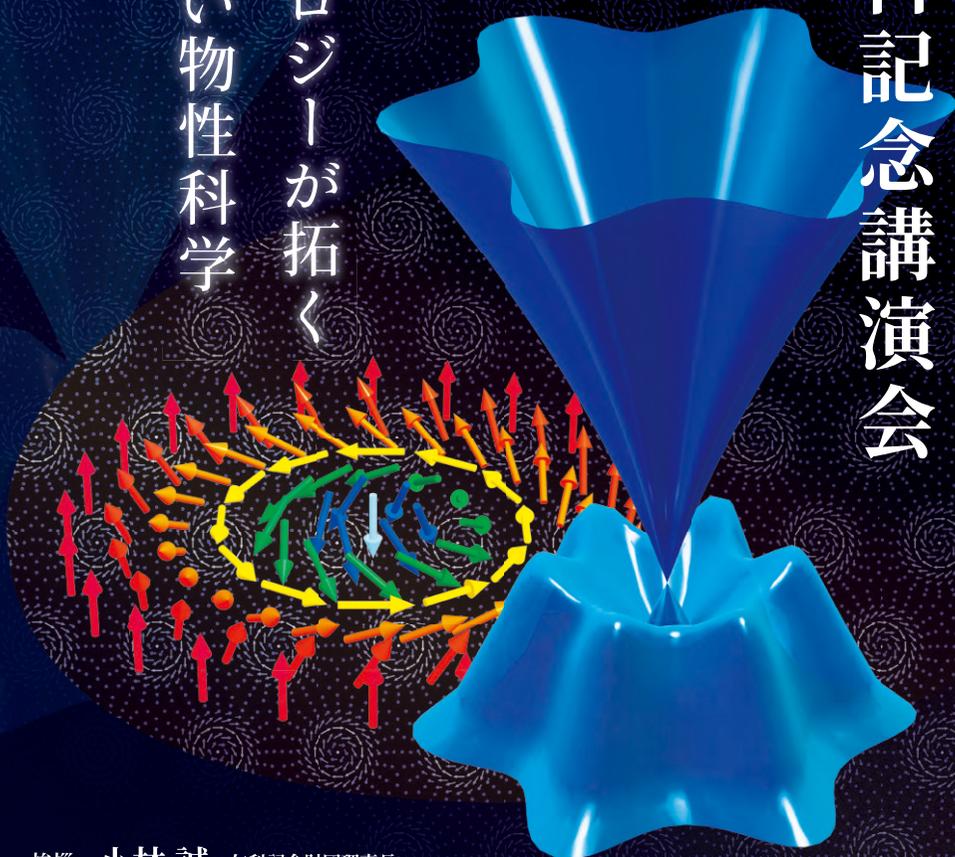
第 63 回定例仁科記念講演会

© 2018 Nishina Memorial Foundation

2017年度

# 仁科記念講演会

トポロジーが拓く  
新しい物性科学



挨拶 小林 誠 仁科記念財団理事長

講演 川上 則雄 京都大学大学院理学研究科 教授

電子系のトポロジー —トポロジカル絶縁体・超伝導体・半金属—

十倉 好紀 理化学研究所創発物性科学研究センター センター長  
東京大学大学院工学系研究科 卓越教授

磁性とトポロジー —磁石がつくるトポロジカル粒子—

2017年 12月6日(水) 15:00-17:00

東京大学理学部1号館 小柴ホール

主催 仁科記念財団

共催 東京大学大学院理学系研究科物理学専攻

後援 日本アイソトープ協会



# 電子系のトポロジー

## — トポロジカル絶縁体・超伝導体・半金属 —

川上 則雄

京都大学大学院理学研究科 教授

### 【司会】

それでは早速始めたいと思います。最初のご講演は、京都大学理学研究科教授の川上則雄先生による「電子系のトポロジー」です、よろしくお願いいたします。

### <スライド01>

ご紹介ありがとうございます。京都大学の川上と申します。本日は伝統ある仁科記念講演会でお話させていただき大変光栄に思います。よろしくお願いいたします。

トポロジーが拓く新しい物性科学

# 電子系のトポロジー

~トポロジカル絶縁体・超伝導体・半金属~

川上 則雄

京都大学  
物理学・宇宙物理学専攻

2017.12.6 仁科記念講演会  
@東京大学

京都 Kyoto

スライド01

星ふる町:美星町 日本三選星名所 「天文学者が選ぶ、星がきれいに見える日本三選」



美星天文台



スライド 02

私は「電子系のトポロジー」ということで主にトポロジカル絶縁体・超伝導体・半金属の紹介をしたいと思います。

<スライド 02 >

私は元々岡山県の美星町というところの出身で、田舎なのですが星が大変きれいで美星天文台があります。その近くには国立天文台の岡山の観測所もあり、さらに光栄なことに仁科先生の生家が大変近いところにあります。いままであまり感じていなかったのですがこれも何かのご縁だと思っています。よろしくお願いたします。

<スライド 03 >

本日のテーマはトポロジカル物質ということです。既にご存知だと思いますがトポロジーというのは連続変形でつながる、つながらないということを扱う幾何学の概念で、例えばこのマグカップがドーナツに連続変形し、茶碗はリングに連続的につながります。こ

## トポロジカル物質

トポロジー

「連続変形でつながる・つながらない」という分類

トポロジカル数:  $G = \text{穴の数}$

いれもの



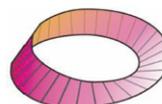
たべもの



$G=1$



トポロジカル物質:  
波動関数の位相ひねり



ひねり あり  
(トポロジカル物質)



$G=0$



ひねり なし  
(通常の物質)

絶縁体や超伝導体に適用

スライド 03

れを区別するのがトポロジカル数で、今の場合は穴の数です。同じような考え方がトポロジカル物質についても成立しまして、この場合は波動関数の位相のひねりがトポロジカルな性質を区別します。すなわちひねりがある物質がトポロジカルで、ひねりのない物が通常の物質ということです。この考え方は絶縁体とか超伝導体に適用されて成功を収めています。

<スライド 04 >

先ほどお話しがありました、昨年のノーベル物理学賞が「トポロジカル相転移とトポロジカル物質相の理論的発見」ということで、Kosterlitz、Thouless と Haldane の三氏に授与されました。これは 1970 年代から 80 年代の先駆的な理論的研究に対してのものです。

<スライド 05 >

最近の仁科記念賞と仁科アジア賞を見てみますと、仁科記念賞に関しましては、2015 年

## ノーベル物理学賞2016

1970~80年代  
の先駆的研究

Theoretical discoveries of topological phase transitions  
and topological phases of matter  
トポロジカル相転移とトポロジカル物質相の理論的発見



Kosterlitz



Thouless



Haldane

スライド 04

## 最近の仁科記念賞と仁科アジア賞

～トポロジカル物性関係～

### 仁科記念賞

- 2015年 古崎昭、笠真生  
トポロジカル物質の分類理論
- 2017年 甲元真人  
トポロジカル量子物性物理の創始

### 仁科アジア賞

- 2015年 Ke He (中国)  
量子異常ホール効果の実現
- 2017年 Hongming Weng (中国)  
ワイル半金属発見への理論的貢献

スライド 05

## トポロジカル物質 関連の研究

### 第1フェーズ 量子ホール絶縁体

- 1980 量子ホール効果の発見 von Klitzingら (1985年 ノーベル賞)
  - 1982 分数量子ホール効果の発見 Tsuiら (1998年 ノーベル賞)
  - 1982 Thouless-Kohmoto-Nightingale-den Nijs の理論
  - 1985 運動空間でのゲージ場・チャーン数 Kohmoto
  - 1988 量子異常ホール効果 (チャーン絶縁体) Haldane
- (2016年ノーベル賞の一部)

### 第2フェーズ トポロジカル絶縁体

## トポロジカル量子物性物理学

- 2003 無散逸スピン流 Murakami-Nagaosa-Zhang
- 2005 2次元トポロジカル絶縁体 予言 Kane-Mele
- 2007 2次元トポロジカル絶縁体 実現 Koenig et al. (HgTe/CdTe)
- 2007 3次元トポロジカル絶縁体 予言 Moore et al., Fu et al.
- 2009 3次元トポロジカル絶縁体 実現 (Bi<sub>2</sub>Se<sub>3</sub>, Bi<sub>2</sub>Te<sub>3</sub> などなど)

- トポロジカル超伝導 Cu<sub>x</sub>Bi<sub>2</sub>Se<sub>2</sub>, Sr<sub>2</sub>RuO<sub>4</sub>, ... トポロジカル超流動 <sup>3</sup>He
- トポロジカル半金属 Na<sub>3</sub>Bi, Cd<sub>3</sub>As<sub>2</sub>, ... TaS<sub>2</sub>, NbAs, ...
- トポロジカル磁気励起 スカームオン(十倉), ... トポロジカルスピン液体

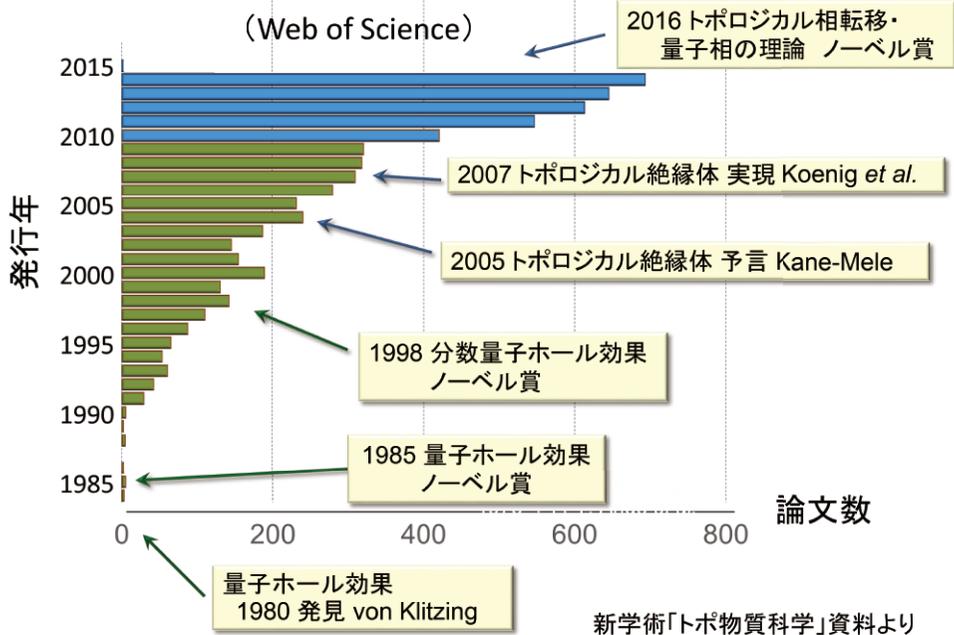
スライド 06

に「トポロジカル物質の分類理論」ということで古崎氏と笠氏、今年は「トポロジカル量子物性物理学の創始」ということで甲元氏に贈られています。仁科アジア賞に関しましては、2015年に「量子異常ホール効果の実現」ということで中国の Ke He 氏に、今年は「ワイル半金属の発見への理論的貢献」ということで Hongming Weng 氏に贈られています。

<スライド 06 >

このようなトポロジカル物質関連の研究ですが、大きく分けて2つの時期があると思います。そのひとつは量子ホール絶縁体に関連するもので、量子ホール効果、分数量子ホール効果の発見、TKNNの理論、さらに量子異常ホール効果、チャーン絶縁体の理論的提案等です。これは1980年代に主に行われました。最近の発展は2000年代になってからです。日本では村上さん達もこれに寄与されていますが、大きな転機となったのは、2次元のトポロジカル絶縁体の予言と実現、3次元のトポロジカル絶縁体の予言と実現であり、2000年代の前半に一気に行われました。これに平行する形でトポロジカル超伝導、トポ

## 物性物理における「トポロジー」関連の論文数



スライド 07

ロジカル超流動、さらに最近ではトポロジカル半金属といった研究が行われています。あとで十倉先生がお話になるとと思いますが、トポロジカル磁気励起、さらには磁性体のトポロジカルスピン液体などの研究が盛んに行われています。このように多くの研究がなされて、今ではトポロジカル量子物性物理学と言ってもよい分野が確立されつつあります。

<スライド 07 >

これは物性物理におけるトポロジー関連の論文数を調べたものです。1980年の量子ホール効果が発見された頃には、ほとんど論文はなかったわけですが、徐々に増えてきて、2005年のトポロジカル絶縁体の予言と2007年の実現のあたりから一気に論文数が増えており、今でも爆発的に論文が増えていると思います。このように大変活発に研究が行われている分野ですが、今日は先ほど述べましたように、電子系のトポロジーに注目してお話したいと思います。

トポロジーが拓く新しい物性科学

## 電子系のトポロジー ～トポロジカル絶縁体・超伝導体・半金属～

### 講演内容

1. 量子ホール効果とチャーン絶縁体
2. トポロジカル絶縁体
3. トポロジカル超伝導体
4. トポロジカル物質の分類
5. トポロジカル半金属
6. まとめ

スライド 08

<スライド 08 >

講演内容は、まずトポロジカル物質の基礎である量子ホール効果とそれに関連したチャーン絶縁体と呼ばれているものを説明した後、トポロジカル絶縁体・超伝導体、その後にトポロジカル物質の分類の理論を紹介します。最後に、最近特にトピックスとして研究されているトポロジカル半金属について紹介したいと思います。

<スライド 09 >

ではまずトポロジカル電子物性の幕開けとなった量子ホール効果と TKNN 理論について簡単に紹介したいと思います。

<スライド 10 >

量子ホール効果はトポロジカル現象の典型例として知られていますが、これは 1980 年に von Klitzing らによって実験的に発見されました。その前に安藤先生が理論的に予測を

トポロジーが拓く新しい物性科学

# 量子ホール効果と TKNN理論

～トポジカル電子物性の幕開け～

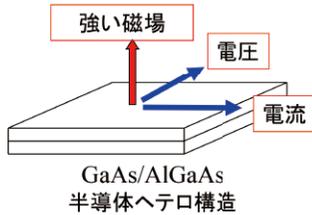


2017.12.6 仁科記念講演会

スライド 09

## 量子ホール効果とTKNN理論

### トポジカル現象の典型例



1980 発見 von Klitzingら  
ノーベル賞 1985  
(安藤恒也 理論 1975)

### ホール伝導度

$$\sigma_{xy} \equiv \frac{J}{E} = \left( \frac{e^2}{h} \right) N_{\text{Ch}}$$

$N_{\text{Ch}}=1,2,3\dots$   $10^{-8}$ の精度

### 古典論

ホール抵抗: 磁場に比例

### 実験

ホール抵抗: 階段構造

➡ 1982 TKNN(サウレス・甲元ら)公式

スライド 10

# 量子ホール効果とTKNN理論

仁科記念財団HP

2017年 仁科記念賞

甲元 真人

トポロジカル量子物性物理学の創始

- ◇1982年 量子ホール効果のTKNN公式  
Thouless, Kohmoto, Nightingale, den Nijs
- ◇1985年 運動量空間のトポロジー

スライド 11

されていました。

半導体ヘテロ構造で2次元電子系を作ってそこに強い磁場と電圧をかけて、このような形で電流を測ったときに出てくる抵抗がホール抵抗と呼ばれているものです。このホール抵抗を磁場の関数としてプロットします。古典的にローレンツ力で計算するとこれが磁場に比例した形になりますが、実際に観測するとそうはなっていないくて、階段の構造が出てきます。プラトーと言います。このプラトー、すなわち階段のところをホール伝導度で表したものがこれで、 $\sigma_{xy}$ と言われているものです。実はこの階段は $e^2/h$ という基本的な定数×整数で量子化されています。この整数が $10^{-8}$ の精度で量子化されているという著しい現象です。これは1985年のノーベル賞になっています。

<スライド 11 >

これに対する意味づけは1980年から2年後のTKNN理論によってなされました。これに関連して今年の仁科記念賞が甲元氏に贈られており「トポロジカル量子物性物理学の創

# 量子ホール効果とTKNN理論

甲元による定式化(1985)

仁科記念財団HP

$$\sigma_{xy} = \left(\frac{e^2}{h}\right) N_{\text{Ch}}$$

チャーン数 (トポロジカル不変量)

ひねりの数



$$N_{\text{Ch}} = \frac{1}{2\pi} \int dk_x dk_y [\vec{\nabla} \times \vec{a}(\mathbf{k})]_z$$

仮想的ゲージ場  $\vec{a}(\mathbf{k}) = \sum_{\epsilon_n(\mathbf{k}) < E_F} i \left\langle u_n(\mathbf{k}) \left| \frac{\partial u_n(\mathbf{k})}{\partial \vec{k}} \right. \right\rangle$

- (1) 運動量空間の仮想的なゲージ場
- (2) ホール伝導度: ゲージ場に伴う曲率の積分
- (3) この積分がチャーン数

運動量空間でのトポロジー: トポロジカル物質の基礎

トポロジカル絶縁体・超伝導・半金属などに幅広く応用

スライド 12

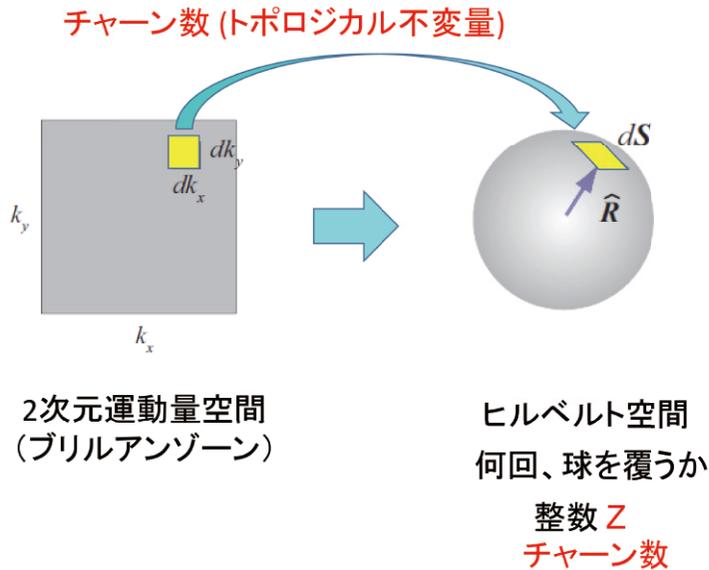
始」という内容です。仁科記念財団のホームページによりますと 1982 年の Thouless、甲元、Nightingale、den Nijs という TKNN の公式への寄与と、その数年後に行った運動量空間でのトポロジーの重要性の指摘が主な受賞の理由です。

<スライド 12 >

この TKNN の公式について甲元氏の理論を基に説明します。

先ほど述べましたように、ホール伝導度が  $e^2/h$  の整数倍に量子化されるということですが、これは次のように考えられます。まず運動量空間での仮想的なゲージ場  $a(k)$  というものを導入します。これは運動量空間における波動関数の変化分を表すものです。このゲージ場のローテーションである曲率、すなわち磁場ですが、この磁場の積分によってトポロジカル数すなわちチャーン数が与えられるという理論です。運動量空間でのトポロジーの重要性がここで指摘されているわけです。この考え方というのはトポロジカル物質の基礎になっており現在もトポロジカル絶縁体や超伝導体、半金属などに応用されています。

## 量子ホール効果とTKNN理論



スライド 13

<スライド 13 >

何回も出てきますのでチャーン数について説明しておきます。今2次元の運動量空間が四角であるとし、この正方形の中の運動量を考えます。これはブリルアンゾーンと呼ばれているものです。このブリルアンゾーンで運動量あるいは波数が動いたときにその射影の先であるヒルベルト空間で、例えば状態を特徴づけるこのベクトル  $R$  がこの球を覆う回数がチャーン数と呼ばれているものです。これは整数  $Z$  になります。

<スライド 14 >

このスライドの内容は以下何回も出てきますので説明しておきます。先ほど述べましたように、量子ホール効果はトポロジカル数であるチャーン数で量子化されていることが分かりました。これは波のひねりの数に対応しています。重要な性質がふたつありまして、ひとつはバルク・エッジ対応と呼ばれるものです。チャーン数というのは系のバルク(中身)の性質として定義されるものですが、このチャーン数である整数は実は量子ホール系

# 量子ホール効果とTKNN理論

$$\sigma_{xy} \equiv \frac{J}{E} = \left(\frac{e^2}{h}\right) N_{\text{Ch}}$$

チャーン数  $N_{\text{Ch}}=1,2,3\dots$

波のひねりの数 

**10<sup>-8</sup>の精度!**  
ふつうじゃない

抵抗の  
標準

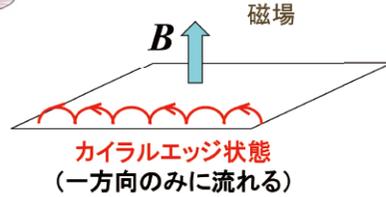
不純物の影響受けない??

バルク・エッジ対応

■  $N_{\text{Ch}}$  はエッジ状態の数

トポロジーに守られた  
エッジ状態

■ 表面の状態  
不純物に散乱されない



➡ **10<sup>-8</sup>の精度!**

スライド 14

トポロジーが拓く新しい物性科学

## チャーン絶縁体 (異常量子ホール絶縁体)

量子ホール効果の拡張版



スライド 15

の端に現れるエッジ状態の本数に対応しています。今磁場がかかっておりますので、端の電流は一方向だけに流れ、カイラルエッジ状態と呼ばれています。この本数がチャーン数に対応していることはバルク・エッジ対応と呼ばれています。もうひとつ重要なことはこのようなエッジ状態あるいは表面状態はトポロジーによって守られた状態となっていることです。このため不純物に散乱されないというような性質が現れ、量子ホール効果の著しい性質の源となっています。このようなバルク・エッジ対応さらにはトポロジーに守られた表面状態というのはトポロジカル絶縁体や超伝導体などに共通に現れる重要な概念です。

#### <スライド 15 >

ここまで量子ホール効果について説明しましたが、それを少し拡張したチャーン絶縁体について説明します。これは量子異常ホール絶縁体と呼ばれることもあります。

#### <スライド 16 >

どのように拡張するかについて説明します。量子ホール効果は磁場の下で時間反転対称性が破れています。ここで、磁場がなくても時間反転対称性が破れているという条件で絶縁体を考えます。これはチャーン数で特徴づけられるのでチャーン絶縁体と呼ばれています。ここに価電子帯と伝導帯があって価電子帯が電子によって詰まっているとします。そこで伝導帯のバンドが下に降りてきて、価電子帯のバンドが上に上がったとするとここでバンドの反転が起こります。このバンドの反転が起こった状態で、2つのバンドに混成項を導入するとここにギャップが開きます。ここでは元々の絶縁体と少し異なった絶縁体ができていることになります。バンド反転だけではチャーン絶縁体にはなるとは限りません。元々のバンドは位相のひねりがない状態で、チャーン絶縁体というのは新しくできたバンドで位相がひねられています。このバンド反転と位相のひねりがあることがトポロジカルな絶縁体であるチャーン絶縁体の特徴となっています。

#### <スライド 17 >

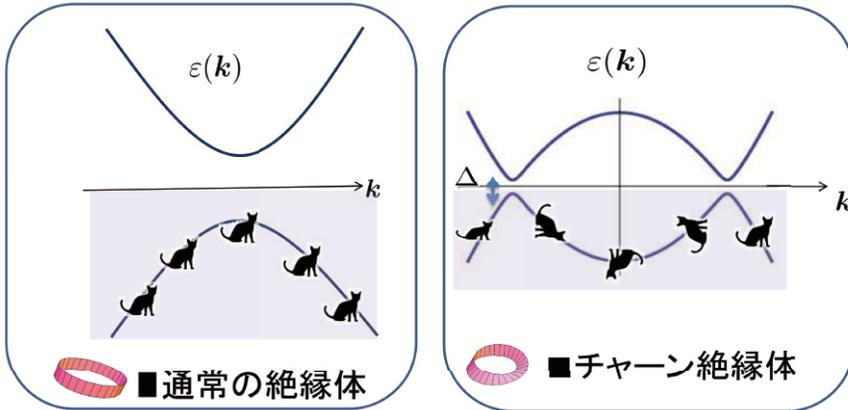
分かりにくいのでもう少し具体的なモデルで説明します。ここに2行2列のハミルトニアンを書いています。まずパリティ奇の  $p$  軌道が価電子バンドで、パリティ偶の  $s$  軌道が伝導バンドであるとします。先ほど言いましたように、この質量  $m$  を正から負に変え

# チャーン絶縁体

量子ホール効果の拡張  
(時間反転対称破れ、磁場は必要なし)

1988年 理論 Haldane  
2016年 ノーベル賞の一部

チャーン数で分類される



バンド反転と位相のねじれ 佐藤昌利氏(京大)より

スライド 16

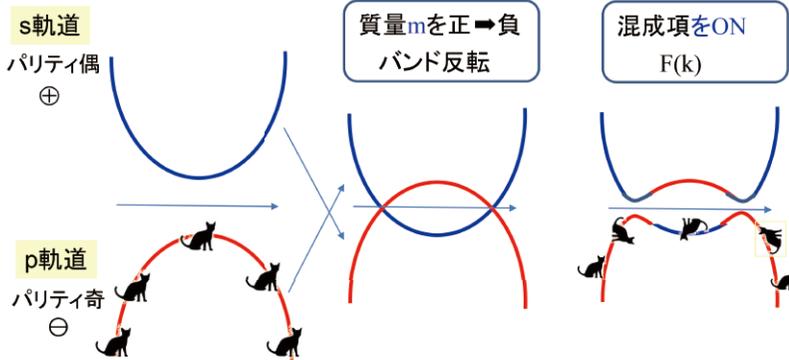
# チャーン絶縁体

$$H(k) = \begin{bmatrix} m + \epsilon(k) & F(k) \\ F^*(k) & -m - \epsilon(k) \end{bmatrix}$$

なぜ、回転するのか？



バンド反転 + 反対称な混成項  $F(k=0)=0$



スライド 17

## チャーン絶縁体

### 量子異常ホール効果

1988 理論 Haldane

2013年

磁性元素Crをドーピングしたトポロジカル絶縁体  
( $\text{Bi}_x\text{Sb}_{1-x}$ ) $_2\text{Te}_3$ の超薄膜

量子異常ホール効果の観測に成功

(ゼロ磁場における量子ホール効果)

第3回仁科アジア賞  
(2015年)

Ke He氏

Q.-K. Xueグループ

ゲート電圧(電子密度)  
を変えたとき、絶縁体領域で

ホール抵抗  
量子化  
 $e^2/h$

理研 十倉グループ (2014年) ホール抵抗の量子化

スライド 18

ることによってバンド反転が起きます。そのバンド反転に対して先ほどの混成項を導入するとこのような色のバンドができ、この場合、位相が回転していると言うわけです。すなわち赤から青になって赤に戻る。この回転がしっかり起こるためには、単に混成が起こるだけではなくてバンド反転に加えて反対称な混成項すなわち、この $k=0$ のところでは赤は赤、青は青になっている必要があります。中間の色ではしっかり回転できません。ですからこのバンド反転と特徴的な(今の場合は $k=0$ でゼロになるような)混成項があるとチャーン絶縁体というトポロジカルな絶縁体になります。それは先ほど甲元氏が定式化した運動量空間のゲージ場で言えばゲージ場の原点付近に渦のような特異性ができてチャーン数がゼロではなく有限になるということに対応しています。

<スライド 18 >

このようなチャーン絶縁体は、1988年に F. Duncan M. Haldane が理論的に定式化して、これがノーベル物理学賞受賞の理由のひとつになっています。しかし、長い間物質は見つ

トポロジーが拓く新しい物性科学

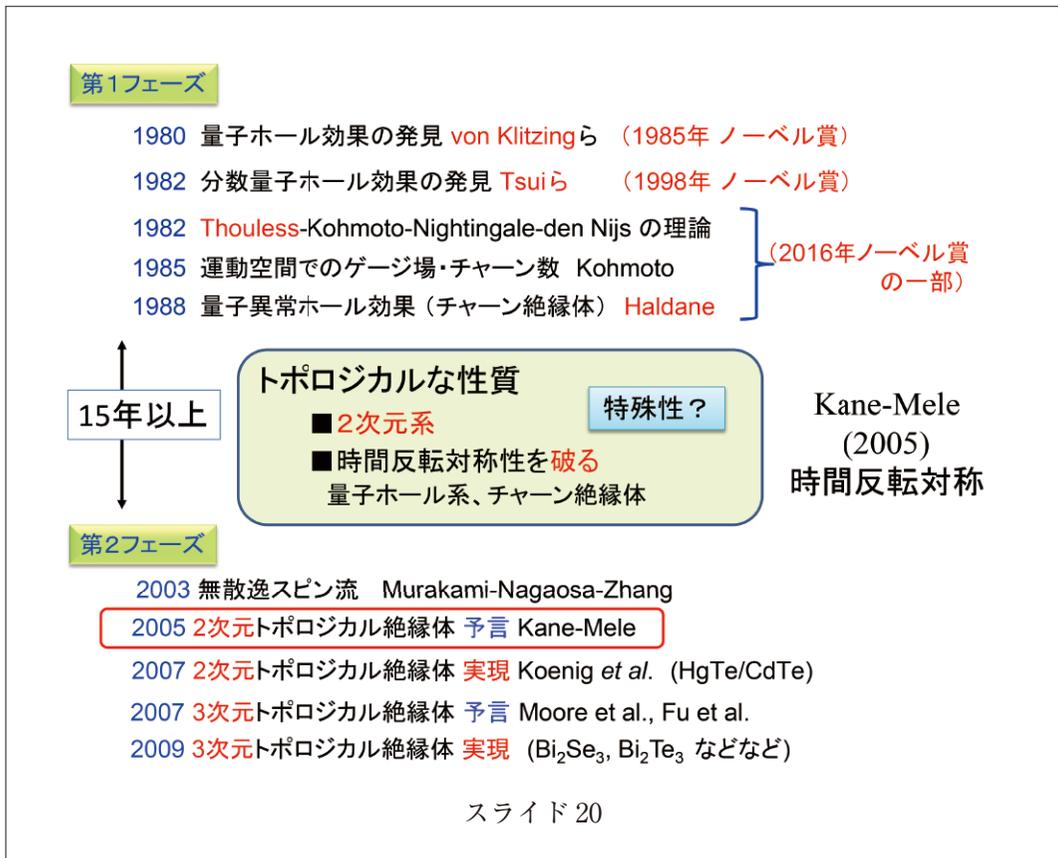
## トポロジカル絶縁体

1988年のHaldaneの論文から15年以上  
～2005年にブレークスルー～



スライド 19

かっていませんでした。2013年になってチャーン絶縁体の実現され、その特徴的な性質である量子異常ホール効果というものが観測されました。すなわち磁場がゼロでも起こる量子ホール効果です。この観測は、後で述べますトポロジカル絶縁体のひとつである  $(\text{Bi}_x\text{Sb}_{1-x})_2\text{Te}_3$  の超薄膜に磁性原子 Cr をドーピングした磁性トポロジカル絶縁体で行われました。この物質に対してゼロ磁場においても量子ホール効果が観測されました。今、ゲート電圧を変えて電子密度を変えたとします。ある電子密度のところでは絶縁体になりますが、この絶縁体になった領域でホール抵抗を測ってみると、これが  $e^2/h$  の値で量子化されます。いわゆる量子異常ホール効果が観測されて、この状態は先ほどから述べておりますチャーン絶縁体になっています。これは主に中国の Xue グループによってなされたもので、そこの若手研究者である Ke He 氏に 2015 年の仁科アジア賞が贈られています。ほぼ同時期に理研の十倉グループでもホール伝導度の量子化が観測されており、今も精力的に研究がなされています。



<スライド 19 >

このような一連の流れは 1980 年代に行われた量子ホール効果に関連した研究ですが、これから最近話題になっているトポロジカル絶縁体発見まで、実は理論的には 15 年以上ギャップがあります。

<スライド 20 >

1988 年に先ほどのチャーン絶縁体、すなわち量子異常ホール絶縁体の理論が Haldane によって提唱されましたが、2000 年代になるまで本質的な理論の進展はありませんでした。第 1 の段階が 1980 年代、第 2 の段階がトポロジカル絶縁体の最近の研究で、この間に 15 年のギャップがあるというのはおそらく次のような理由ではないかと思っています。

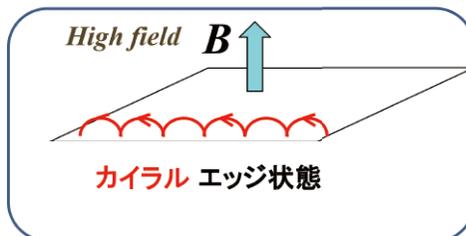
すなわち、物質におけるトポロジカルな性質というのは、実は 2 次元系の時間反転対称性を破った量子ホール系やもう少し拡張したチャーン絶縁体に限られたもので、一般的には成り立たないという先入観があったのではないかと推測されます。

## 2次元トポロジカル絶縁体

### Kane-Mele のアイデア (2005)

#### 量子ホール系

- 磁場中の自由電子
- 時間反転対称性破れ



#### 2次元トポ絶縁体

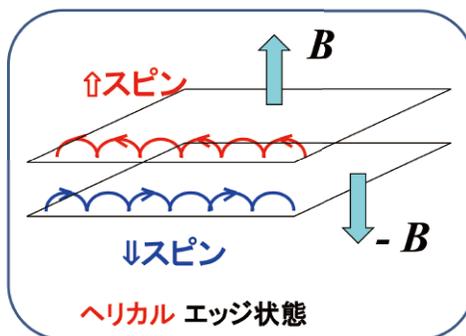
(量子スピンホール系)

- 時間反転対称性回復
- スピンに依存する磁場

スピン軌道相互作用

$$\lambda \mathbf{r} \times \mathbf{p} \cdot \mathbf{S}$$

スピン軌道相互作用の強い物質を探す!



スライド 21

この先入観を打ち破って時間反転対称性があってもトポロジカルな性質が出てくるとい  
うことを示したのが2005年の2次元トポロジカル絶縁体の予言であり、これはKaneと  
Meleによって成されました。これがブレークスルーになりました。

<スライド 21 >

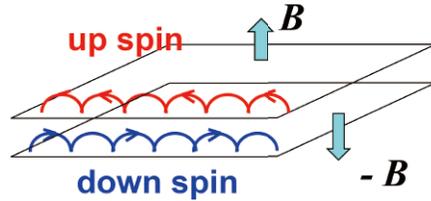
KaneとMeleのアイデアがどういうものか説明します。まず量子ホール系を考えます。  
これは先ほどから述べていますように磁場中の自由電子で、磁場がかかっているために時  
間反転対称性が破れています。このエッジ状態に現れるのは、磁場があるために一方に  
流れるカイラルエッジ状態です。これを基に、2次元トポロジカル絶縁体と呼ばれるいわ  
ゆる時間反転対称性を回復した状態を作ってみます。このためにどのようにしたらよいか  
というと、upスピンに磁場 $B$ がかかったものがあるとすると、これはもちろん時間反転  
対称性を破っているのです。このコピーとしてdownスピンの $-B$ の逆向きの磁場がかか  
った系を重ねてみます。そうすると全体の系は時間反転対称性を回復しています。一見す

## 2次元トポジカル絶縁体

### トポジカルな分類

量子ホール絶縁体のコピー2枚

→ トポジカル数 **整数  $Z$**



But, 一般にSO相互作用あれば

$S_z$  が保存しない

トポジカル数

$Z$  →  $Z_2$   
整数 → 偶奇

$Z_2$  トポジカル絶縁体

Kane-Mele: グラフェンにSO相互作用

S. C. Zhangら: 量子井戸のモデル

トポジカル

$Z_2=1$

2組

自明

$Z_2=2=0$

スライド 22

るとこの妙な磁場、すなわちスピンの依存する磁場というのは実現できないように思われます。実は大変基本的な相互作用であるスピン軌道相互作用が実質的にこの磁場の役割をしていることが分かりました。したがってスピン軌道相互作用の強い物質を探せば2次元のトポジカル絶縁体を発見できる可能性があります。

<スライド 22 >

この場合のトポジカルな分類はどうかというと、先ほどの量子ホール絶縁体というのはチャーン数、すなわち整数  $Z$  で分類されました。いま単に2枚コピーしているだけなので、これも基本的にはトポジカル数は整数  $Z$  で与えられると考えられます。しかしながら一般にスピン軌道相互作用があるとももちろんスピン  $S_z$  は保存しません。このためにトポジカル数は整数  $Z$  から偶奇を表す二値数の  $Z_2$  に落ちてしまいます。これに対応する絶縁体のことを  $Z_2$  トポジカル絶縁体と呼んでいます。どういうことを言っているかといいますと、トポジカル絶縁体が1枚あります。これは外乱に対して大変強い

## 2次元トポロジカル絶縁体

初めてのトポロジカル絶縁体の実験(2007年)

### HgTe/CdTe 量子井戸

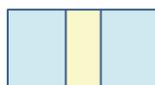
Koenig et al. Science (2007))

HgTeの厚さを変える

- 薄い  $d < 6.5\text{nm}$  通常の絶縁体
- 厚い  $d > 6.5\text{nm}$  トポロジカル絶縁体

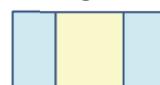
絶縁体

CdTe HgTe CdTe



トポ絶縁体

CdTe HgTe CdTe



バンド反転

ゲート電圧(電子密度)を変化  
4端子抵抗を図る

トポ絶縁体の場合

抵抗が量子化



$$G = 2e^2/h$$

に対応

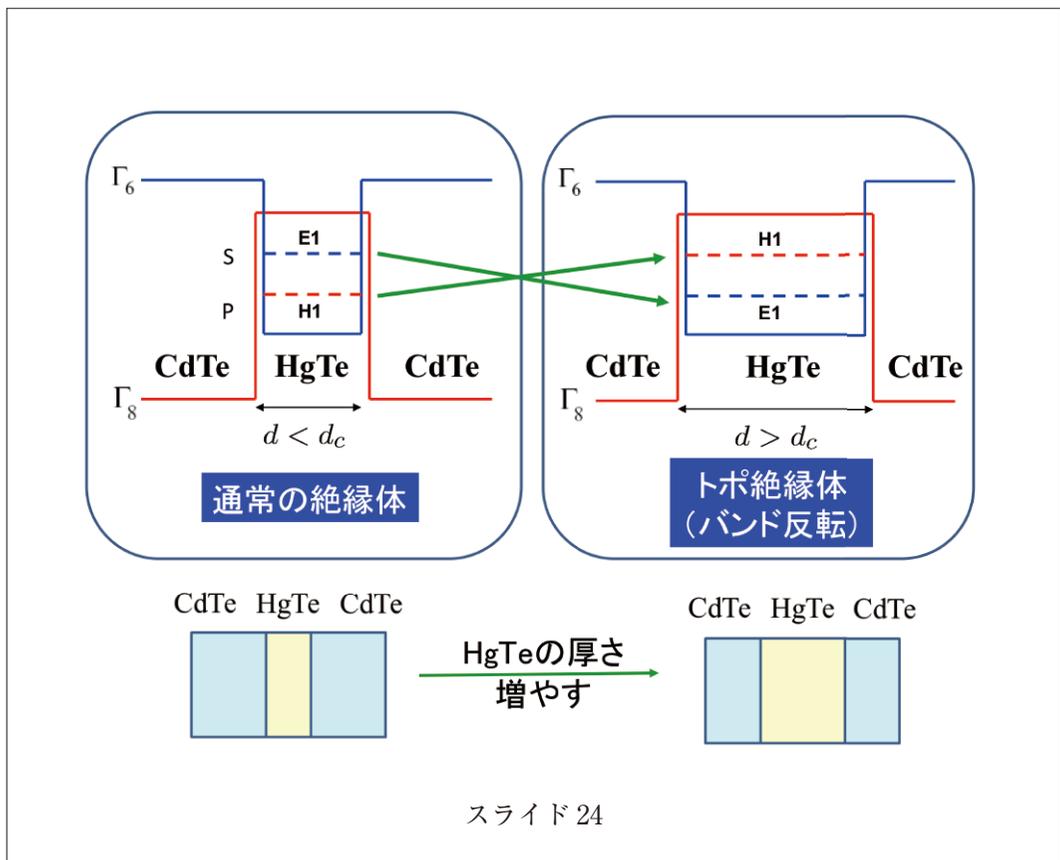
トポロジーに  
守られた  
エッジ伝導

スライド 23

状態です。しかしながらトポロジカル絶縁体を2枚重ねるとそのエッジの間に相互作用が生じてギャップができてしまいエッジは消えてしまいます。そうすると通常のトポロジカルに自明なものになってしまうので、トポロジカルかトポロジカルでないというこの二値数で分類されます。このような2次元の $Z_2$ トポロジカル絶縁体は、先ほど述べましたようにKaneとMeleによってグラフェンのモデルにスピン軌道相互作用を導入したものに対して提案され、さらにS.C.Zhang等のグループによって量子井戸のモデルを用いて提案されました。

<スライド 23 >

実際に観測されたのは実はこちらの量子井戸のモデルです。初めて2次元のトポロジカル絶縁体が実験的に観測されたのは2007年で、これはドイツのL. W. Molenkamp等のグループによってなされました。大変高度な実験技術を要するようです。HgTeをCdTeで挟んだ量子井戸というものを考えます。図の黄色い部分がHgTeでその両側からCdTe



で挟んでいます。実はこの黄色い部分の HgTe の厚さが薄い場合には通常の絶縁体で、この黄色の部分が増厚していくとトポロジカル絶縁体になることが示されました。

<スライド 24 >

何が起きているかという、左図に通常の絶縁体としての HgTe のエネルギーレベルを描いてあります。最外殻の  $s$  軌道と  $p$  軌道のエネルギーレベル  $E1$  と  $H1$  を示していますが、HgTe の厚さを厚くしていくと先ほどから言っていますバンドの反転が起こって右図のようにトポロジカル絶縁体になるというシナリオです。

1つ前のスライドに戻って見ますと右図の方がトポロジカル絶縁体になるということです。これを実験的にどう調べたらいいかということですが、ゲート電圧(電子密度)を変化させ、4端子抵抗を測ります。すると、トポロジカル絶縁体の場合は抵抗の量子化が起こります(コンダクタンスでいうと  $2e^2/h$  に量子化されます)。これはエッジからの寄与です。

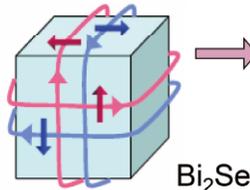
# 3次元トポロジカル絶縁体

## $Z_2$ トポロジカル絶縁体

### 2007 理論的な拡張

(Moore-Balents, Fu-Kane-Mele)

表面には  
「トポロジーで守られた」  
ディラック準粒子



$\text{Bi}_2\text{Se}_3$   
(2009)

表面状態

よく知られた「量子ホール効果(2次元)」の本質が、  
磁場をかけずに、しかも3次元にも拡張できる！

$\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x$  2008     $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  2009     $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  2009     $\text{TlBiSe}_2$  2010    ...

などなど、たくさん発見

スライド 26

通常の絶縁体ではエッジ状態はなかったのですが、トポロジカル絶縁体になったケースではエッジ状態ができて、かつそれがこのような量子化伝導を示します。トポロジーに守られたエッジ状態というものがここで実現していることが分かり、これが2次元トポロジカル絶縁体の証拠となったわけです。

<スライド 26 >

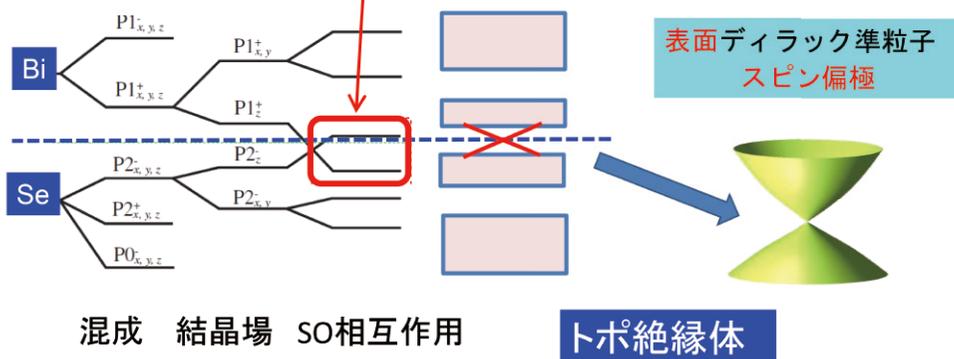
以上は2007年の実験ですが、このような成功例が出ると次の理論や実験がすぐさま出されました。2007年、同じ年に既にこの $Z_2$ トポロジカル絶縁体を3次元に拡張するということが行われ、まず理論的に提案されました。2007年の理論的提案の後、2008年からBi系を中心としてたくさんの3次元の $Z_2$ トポロジカル絶縁体が発見されてきました。この場合も表面状態はスピンの偏極した状態になるわけですが、3次元の場合は表面にはスピンの偏極したディラック・コーンを持った準粒子が出現し、これもやはり物質の内部のトポロジーで守られた状態になっています。

## 3次元トポロジカル絶縁体

$\text{Bi}_2\text{Se}_3$

スピン軌道相互作用の強い物質

バンド反転



混成 結晶場 SO相互作用

トポ絶縁体

H.J.Zhang et al Nature Phys. (2009)

Hsieh et al.,  
Nature (2009)

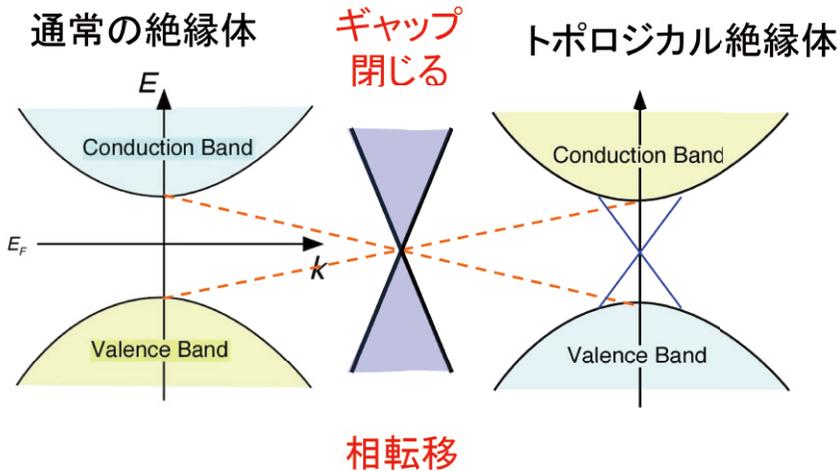
スライド 27

<スライド 27 >

この例としてよく引用される  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  という物質を用いて何が起きているかを説明したいと思います。  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  というのはスピン軌道相互作用の強い物質として知られていて、テトラジマイトという構造を持っています。重要なのはビスマス(Bi)とセレン(Se)の  $p$  軌道なのですが、その  $p$  軌道が混成してエネルギーレベルとしてはこのようなものができます。さらに結晶中ですので結晶による電場の効果があります。そのことを結晶場と呼ぶのですが、結晶場まで考慮するとそのエネルギーレベルがさらにこのように変わっていきます。この物質はスピン軌道相互作用が強いので、そのスピン軌道相互作用の効果まで入れてやるとこのような形にバンドがさらに変形します。ここでわかりますように先ほどから議論しているバンド反転が起きているので、この物質は3次元トポロジカル絶縁体になる可能性があります。実際に表面状態にはスピン偏極した表面ディラック準粒子が現れます。これは光電子分光により観測されました。

# トポロジカル相転移

## バンド反転による相転移



スライド 28

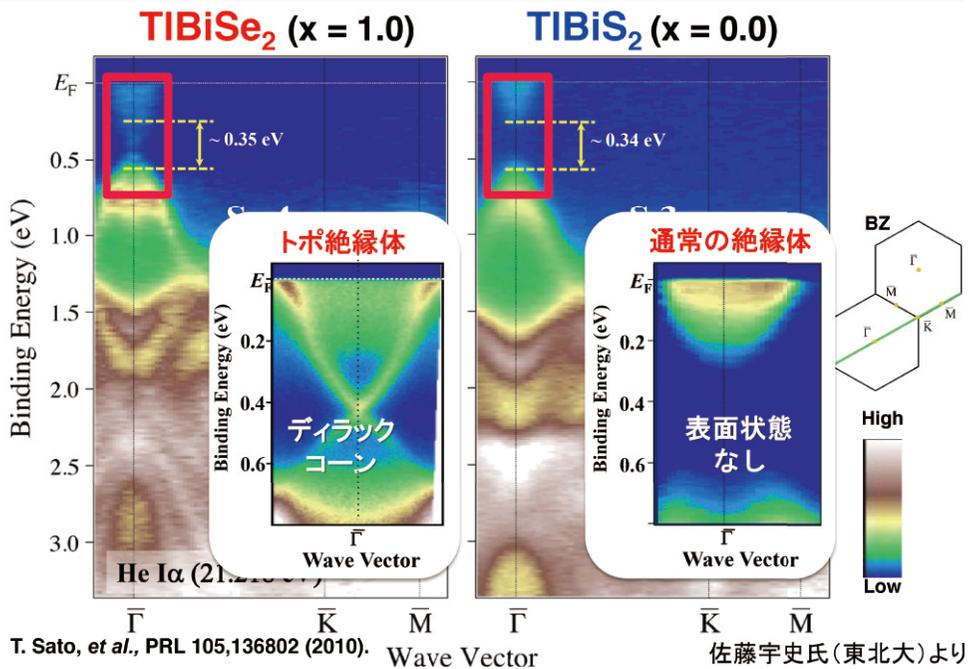
<スライド 28 >

このように3次元トポロジカル絶縁体がたくさん発見されてきました。通常の絶縁体とトポロジカル絶縁体はバンド反転によって結びついているということなので、物質を連続的に変えることによって通常の絶縁体とトポロジカル絶縁体を結びつけることができると考えられます。ちょうどその間ではこのギャップがいったん閉じて2つの絶縁体が分かれるわけです。ちょうどギャップが閉じるところが相転移点で、トポロジカル相転移と呼ばれています。このような実験は実際に行われています(以下)。

<スライド 29 >

これは光電子スペクトルで縦軸がエネルギー、横軸が運動量です。トポロジカル絶縁体の例としてTlBiSe<sub>2</sub>という物質があります。通常の絶縁体としてTlBiS<sub>2</sub>という物質があります。ここにスペクトル強度を濃淡図で書いてありますが、この辺りにフェルミエネルギーがあって、この近くを拡大してみますとこのような形になっています。トポロジカル

# 光電子スペクトル TIBiSe<sub>2</sub> and TIBiS<sub>2</sub>



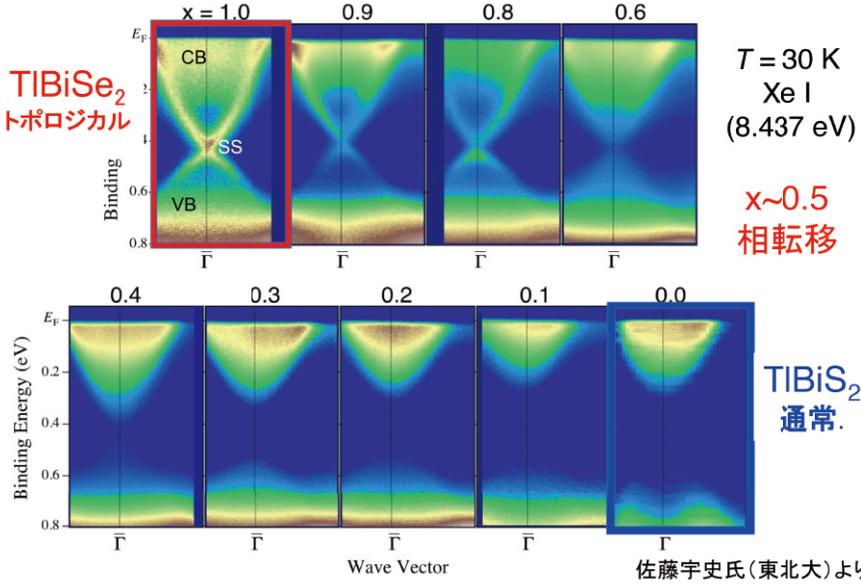
スライド 29

絶縁体の方は表面からの寄与として、ディラック・コーンがこのように見えています。一方でこちらの方は通常の絶縁体に対応していて、ディラック・コーンが消えてしまっています。ですのでTIBi系でセレン(Se)とサルファー(S)を変えることによってトポロジカル絶縁体と通常の絶縁体を結びつけることができると考えられます。これは東北大学の佐藤教授等によってなされた実験です。

<スライド 30 >

こちらはTIBiSe<sub>2</sub>のトポロジカル絶縁体、こちらはTIBiS<sub>2</sub>の通常の絶縁体で、間を補完するとこのような感じになっています。Xを1から段々減らしていきますと元々トポロジカルなのですが、しだいにディラック・コーンが薄まっていっています。0.6まではディラック・コーンが存在し、トポロジカルな物質になっていますが、0.4以下を見るとディラック・コーンが消えてしまって、逆にギャップが大きくなっています。したがってちょうどXが0.5の付近でトポロジカル絶縁体から自明なバンド絶縁体へのトポロジカル

# 光電子スペクトル $\text{TIBi}(\text{S}_{1-x}\text{Se}_x)_2$



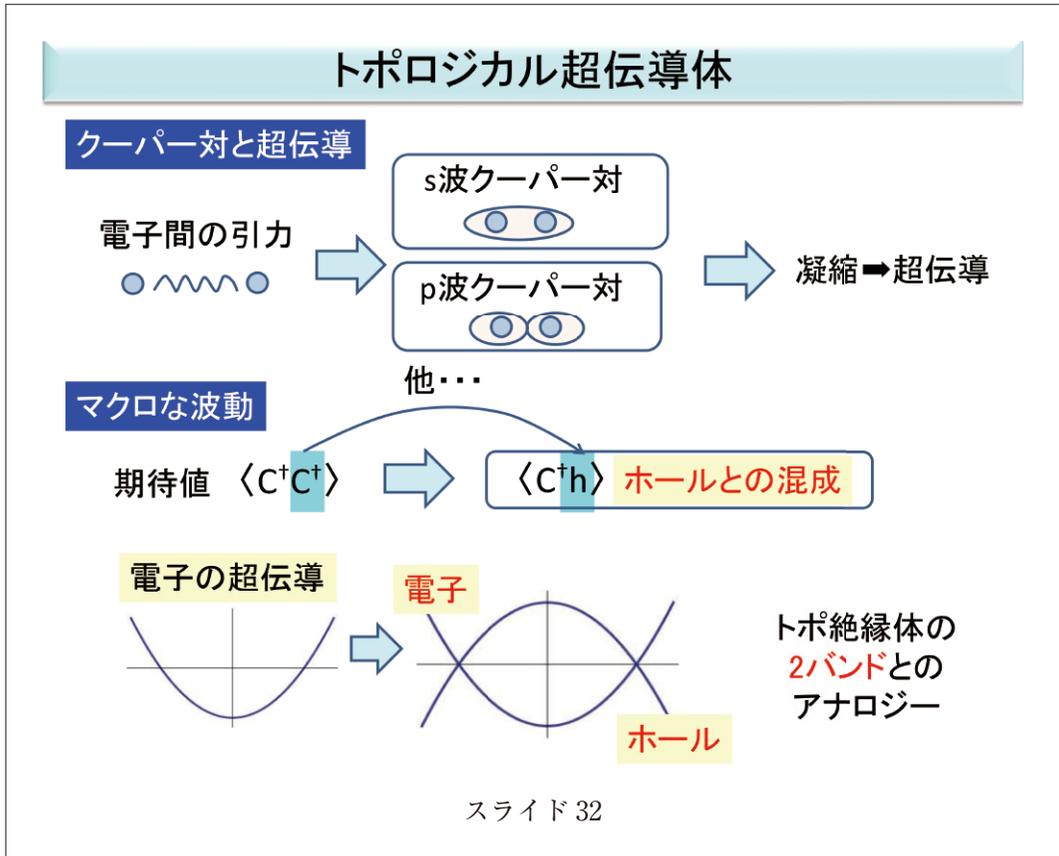
スライド 30

トポロジーが拓く新しい物性科学

## トポロジカル超伝導体



スライド 31



相転移が起こったことに対応しています。このように特に3次元のトポロジカル絶縁体に関しては大変多くの物質が発見されてその性質がほとんど分かっております。

<スライド 31 >

ここまでは絶縁体の話だったのですが、実は今の考え方は超伝導体にも適用することができます。

<スライド 32 >

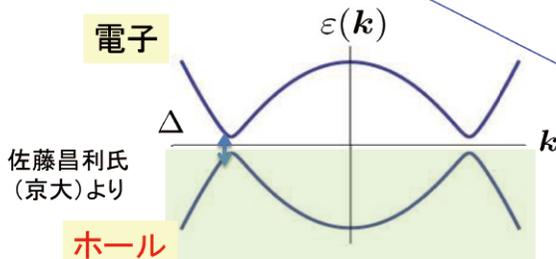
超伝導を思い出していただきたいのですが、電子間の引力によって2個の電子がクーパーペアを組んで、クーパーペアが凝縮することによって超伝導体になります。そのペアの組み方に対して  $s$  波の丸いペアとかくびれた  $p$  波のペアなどがあります。それに対応するマクロな超伝導の波動というものが何かというと、よく知られているように  $c^\dagger c^\dagger$  (電子を2個つけ粒子数を保存しない) のような期待値です。これは、一方の電子をホールと見

# トポロジカル超伝導体

## 2次元スピンレス超伝導

### p波のクーパーペア

$$H(k) = \begin{bmatrix} \text{電子} & \\ \varepsilon(k) - \mu & \Delta_0(k_x + ik_y) \\ \Delta_0(k_x - ik_y) & \mu - \varepsilon(k) \\ & \text{ホール} \end{bmatrix}$$



超伝導体: クーパー対の凝縮

ふつう

s波クーパー対



$\Delta(k) = \text{定数}$

トポロジカル

p波クーパー対



$\Delta(k) = \Delta_0(k_x + ik_y)$

カイラルp波超伝導

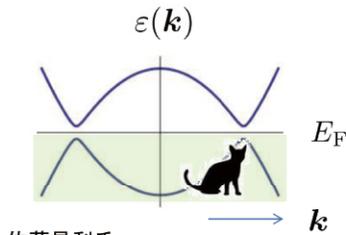
スライド 33

なすと、ホールを消して電子をつけた期待値とも言えます。このような考え方に立つとホールを消して電子を作るので、ホールと電子の混成項のように思えます。したがって電子系の超伝導を議論するとき、電子とその相棒であるホールを導入してその間にこのような混成項でギャップができると考えると荒っぽいですが超伝導を記述できることになりました。

<スライド 33 >

この考え方にに基づきますと先ほどから議論しているトポロジカル絶縁体の2つのバンドの場合とのアナロジーが非常に明確になります。具体的なものとして、トポロジカル超伝導の典型例である2次元のスピンのない超伝導、p波と呼ばれるくびれたクーパーペアを考えてみます。先ほど言いましたようにまず電子のエネルギーバンドがここにあります。その相棒であるホールを用意します。その電子とホールの上に超伝導によるポテンシャルに起因する電子とホールの混成項が生じ、それによってギャップが開いてクーパー対が凝

# トポロジカル超伝導体



佐藤昌利氏  
(京大)より

$$H(k) = \begin{bmatrix} \varepsilon(k) - \mu & \Delta_0(k_x + ik_y) \\ \Delta_0(k_x - ik_y) & \mu - \varepsilon(k) \end{bmatrix}$$

  $\approx$  超伝導凝縮状態  $\psi(k)$

     運動量依存性

チャーン絶縁体と同様

**Z**トポロジカル不変量

カイラルp波 トポロジカル超伝導体

Qi et al, PRB (09), Schnyder et al PRB (08),  
M. Sato, PRB 79, 094504 (09), M. Sato, S. Fujimoto, PRB79, 214526 (09)

スライド 34

縮した状態として超伝導が実現します。普通の  $s$  波のクーパー対の場合は、ここの非対角項が定数です。一方でくびれた  $p$  波のクーパー対で、例えば  $k_x + ik_y$  波では実際に  $k$  がゼロのところで混成がゼロになるような特殊な運動量依存性を持ちます。この特殊な運動量依存性がトポロジカルな性質を出す源となっています。今の場合はひとつひとつの電子状態というものは意味を持たずに超伝導凝縮状態としてのマクロな波なのですが、その超伝導凝縮状態の波動の運動量依存性がひねられていると考えていただいたらよいと思います。

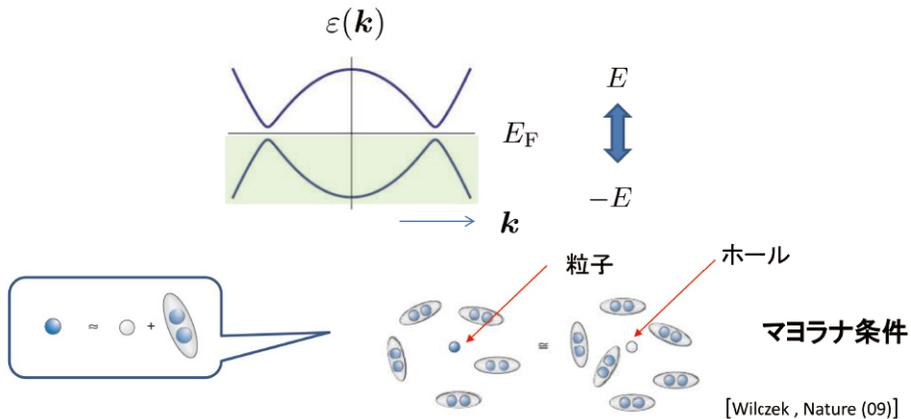
<スライド 34 >

この2行2列のハミルトニアンを見ていただきたいのですが、電子とホール、それを結びつける超伝導によるポテンシャル、すなわち混成項からなっています。この混成項の形が最初に議論したチャーン絶縁体の場合とほとんど同じ形をしています。したがってチャーン絶縁体、あるいは量子異常ホール絶縁体のときと同様に、この場合もチャーン数でト

# トポロジカル超伝導体

## 超伝導での電子-ホール対称性の重要性

- スペクトルはエネルギーに対称:  $E$  and  $-E$
- 準粒子はその反粒子でもある



ポロジカルな性質が特徴づけられて、整数  $Z$  がトポロジカル不変量になります。これはカイラル  $p$  波トポロジカル超伝導体と呼ばれるもので、一番典型的なトポロジカル超伝導体です。量子ホール効果の超伝導版に対応しています。

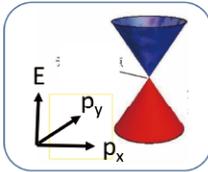
<スライド 35 >

このように超伝導では、電子とホールの対称性が大変重要になっています。すなわちスペクトルはエネルギーの上下に関して対称になっており、準粒子はその反粒子でもあるということになります。それはどういう感じかという、この図のように電子があつてホールがその相棒の反粒子と考えると、通常の足し算ではこのような形になります。しかし、このペアは超伝導体として凝縮してしまっているので超伝導のバックグラウンドにおいては、この電子とその相棒であるホールが等しいといういわゆるマヨラナの条件を満足しています。

# マヨラナ粒子

中性 スピン1/2

自分自身が反粒子となるフェルミ粒子



1937年: イタリアの物理学者マヨラナが素粒子として提唱



Ettore Majorana  
1906-1938

素粒子としてのマヨラナ粒子は確認されていない。

- ・ ニュートリノ?
- ・ ダークマター?

一方、固体中に「準粒子」としてマヨラナ粒子が予言され、**トポロジカル超伝導体・超流動体での実証が進められている。**

スライド 36

<スライド 36 >

マヨラナ粒子に関しては釈迦に説法になってしまいましたが、中性でスピンの1/2のフェルミオンで自分自身が反粒子になるようなフェルミオンです。素粒子としてのマヨラナ粒子はまだ観測されていませんが、ここで述べていますように固体中の準粒子としてマヨラナ粒子が提案されており、トポロジカル超伝導体とかトポロジカル超流動での実験が進んでいます。

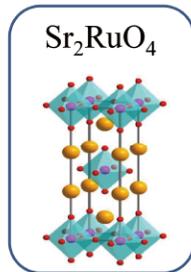
<スライド 37 >

このようなトポロジカル超伝導体の候補はいくつかあります。

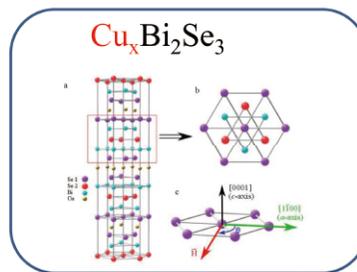
有名な例としてカイラル  $p$  波超伝導体と呼ばれている  $\text{Sr}_2\text{RuO}_4$  があり、これは京大の前野教授等がかなり以前に発見したものです。最近の例としてトポロジカル絶縁体  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  に Cu をドーピングすることによってできた超伝導があります。これがトポロジカル超伝導体だと言われています。さらに人工量子系として量子ワイヤーを使ったものがあります。そ

## トポロジカル超伝導体の候補

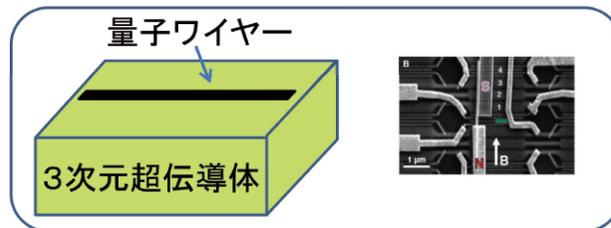
カイラルp波超伝導体



トポ絶縁体にホールドープ



人工量子系



スライド 37

これは超伝導体の上に量子ワイヤーを乗せたような系です。この他にもありますが、実際にマヨラナ準粒子が観測されたと言われているのは人工量子系です。これについて紹介します。

<スライド 38 >

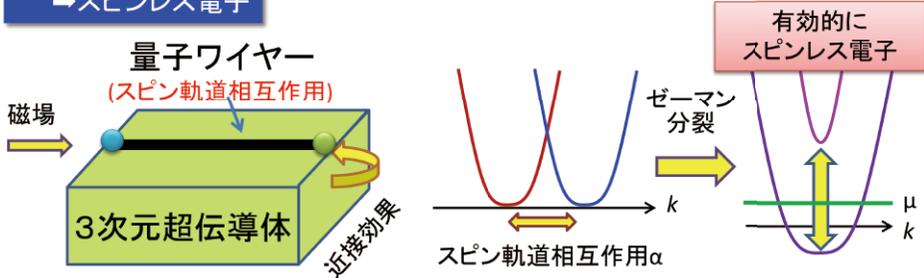
1次元のトポロジカル超伝導のモデルとして Kitaev によってスピンのないフェルミオンが提案されています。 $p$ -波の超伝導です。実際には電子にはスピンのありますのでスピンのないフェルミオンをどのようにして作るかというアイデアが必要ですが、この基本手なアイデアは京大の佐藤昌利教授らによって出され、これが1次元にも応用されています。1次元のアイデアを以下に述べます。まず超伝導体の上にスピン軌道相互作用の強い量子ワイヤーを乗せます。スピン軌道相互作用が強いので、1次元の電子スペクトルで元々あった up と down の分散が左右に分裂します。この部分は完全には分裂しないのですが、ここに横から磁場をかけるとさらにこの2つが混成して、実際このような2つのバ

# マヨラナ フェルミオン@トポ超伝導

Kitaev : スピンのないフェルミオン+ p-波ペア (1次元)

スピンのある電子  
→ スピンレス電子

アイデアの本質, M.Sato, S. Fujimoto, Y. Takahashi (2009)



## 実験

Mourik *et al.* (Delft and Eindhoven) :  
Science **336**, 1003 (May 2012)  
その他

バルク超伝導体 NbTiN

ナノワイヤ InSb

トンネルコンダクタンスに  
磁場中のゼロバイアスピーク:  
“マヨラナフェルミオンのsignature”

スライド 38

ンドになります。元々2つのバンドが2つのバンドになっただけなのですが、実はケミカルポテンシャルを例えばここに置くと、バンドの一方だけを使うことができ、実質的にスピンのないフェルミ粒子を作ることができます。超伝導にはどのようにしてなるのかという疑問があります。1次元のワイヤーだけでは超伝導にならないのですが、3次元の超伝導体があるために近接効果でこの1次元のワイヤーも超伝導になってしまいます。従ってこのようなセットアップを使うと Kitaev の提案したスピンのない1次元系の p-波ペアを持った超伝導ができると予測されます。端っこにマヨラナ準粒子が現れると期待されます。実験は2012年くらいにいくつかのグループで先駆的に行われました。ここに示したのは、バルク超伝導体 NbTiN にナノワイヤ InSb をのせたものです。トンネルコンダクタンスを測定したところゼロバイアスにピークが現れ、マヨラナフェルミオンの証拠とされました。その後このピークは他のメカニズムでも説明できるということでいろいろ論争がありますが、これをサポートする実験はたくさん出ています。まだ完全に結論は出ていないと思うのですが、この1次元の量子ワイヤーがマヨラナ準粒子の発現舞台と

トポロジーが拓く新しい物性科学

## トポロジカル物質の分類



スライド 39

しての有力な候補となっています。

<スライド 39 >

ここまで絶縁体と超伝導についてお話ししましたが、このような物質は実はトポロジカルにうまく分類することができます。

<スライド 40 >

これまでの例である量子ホール系、トポロジカル絶縁体・超伝導体に関しては個々にいろいろな物質が発見されてきたわけですが、実は系の持つ対称性と次元性にトポロジーの見方を加えると、トポロジカルに上記の物質がうまく分類できることが分かってきました。これを行ったのは Kitaev と、笠、Schnyder、古崎、Ludwig という 4 人の人達です。これによりますと、基本的な対称性である時間反転対称性、粒子・ホール対称性、カイラル対称性の下では、こういった絶縁体とか超伝導体が 10 種類の対称性のクラスに分かれる

## トポロジカル分類表(周期表)

○量子ホール系

○トポロジカル絶縁体・超伝導体

個々に物質が発見されてきた

### トポロジカル分類表

系のもつ対称性と次元性  
トポロジーの観点

A. Kitaev (2009)

Ryu, Schnyder, Furusaki, Ludwig (2008, 2010)

○絶縁体や超伝導体: 10種類の対称性クラス

時間反転対称性  
粒子・ホール対称性  
カイラル対称性

古崎昭 笠真生

仁科記念賞  
2015年

スライド 40

ということが分かりました。この先駆的な研究で2015年の仁科記念賞が古崎氏と笠氏に贈られたわけです。

<スライド 41 >

これまでの例を思い出してみますと量子ホール効果という最初にお話ししたものは、このAltland-Zirnbauerの分類によると、クラスAと呼ばれています。これはなにかというと、1番簡単なもので、時間反転対称性、粒子・ホール対称性、カイラル対称性が一切ありません。この場合がこれまで議論してきましたようにトポロジカル不変量がチャーン数の整数で与えられるというものに対応しています。そこから時間反転対称性を回復した2次元トポロジカル絶縁体、3次元トポロジカル絶縁体は、クラスAIIと呼ばれています。このためにトポロジカル不変量は整数から $Z_2$ という2値数になりました。

## トポロジカル分類表(周期表)

これまでの例

Altland-Zirnbauerの  
分類

### 1. 量子ホール効果 クラス A

なし 時間反転  $\Theta=0$   
なし 粒子・ホール  $\Xi=0$   
なし カイラル  $\Pi=0$

トポロジカル不変量  
 $Z$ : 整数  
(チャーン数)

### 2. 2次元トポロジカル絶縁体 クラス AII

あり 時間反転  $\Theta=-1$   
なし 粒子・ホール  $\Xi=0$   
なし カイラル  $\Pi=0$

トポロジカル不変量  
 $Z_2$ : 2値数

スライド 41

<スライド 42 >

これを一般化したものがトポロジカル分類表と呼ばれているもので、ここに対称性があるかないかということを示しており、ここに次元を書いています。 $Z$ と $Z_2$ が周期的に並んでおり周期表とも呼ばれています。

<スライド 43 >

実際に重要なのは1次元から3次元なのでその部分をもう一度拡大してみますとこのようになっています。これまでお話しした量子ホール効果は2次元のクラス A の整数で分類されます。2次元トポロジカル絶縁体、3次元トポロジカル絶縁体は先ほど言いましたように AII で  $Z_2$  という 2 値数で分類でき、 $^3\text{He-B}$  相は DIII に分類でき、カイラル超伝導はこのクラス D の整数  $Z$  というように分類できます。それまで知られていたトポロジカルな物質はこの分類に全部入っていることが分かりました。こういった分類表は新しい物質を探索する上で大変重要な役割を果たしています。

## トポロジカル分類表(周期表)

A. Kitaev (2009)  
Ryu, Schnyder, Furusaki, Ludwig (2008, 2010)

時間反転  $\Theta$   
粒子・ホール  $\Xi$   
カイラル  $\Pi$

### 10クラス

AZ	対称性			次元							
	$\Theta$	$\Xi$	$\Pi$	1	2	3	4	5	6	7	8
A	0	0	0	0	$\mathbb{Z}$	0	$\mathbb{Z}$	0	$\mathbb{Z}$	0	$\mathbb{Z}$
AIII	0	0	1	$\mathbb{Z}$	0	$\mathbb{Z}$	0	$\mathbb{Z}$	0	$\mathbb{Z}$	0
AI	1	0	0	0	0	0	$\mathbb{Z}$	0	$\mathbb{Z}_2$	$\mathbb{Z}_2$	$\mathbb{Z}$
BDI	1	1	1	$\mathbb{Z}$	0	0	0	$\mathbb{Z}$	0	$\mathbb{Z}_2$	$\mathbb{Z}_2$
D	0	1	0	$\mathbb{Z}_2$	$\mathbb{Z}$	0	0	0	$\mathbb{Z}$	0	$\mathbb{Z}_2$
DIII	-1	1	1	$\mathbb{Z}_2$	$\mathbb{Z}_2$	$\mathbb{Z}$	0	0	0	$\mathbb{Z}$	0
AII	-1	0	0	0	$\mathbb{Z}_2$	$\mathbb{Z}_2$	$\mathbb{Z}$	0	0	0	$\mathbb{Z}$
CII	-1	-1	1	$\mathbb{Z}$	0	$\mathbb{Z}_2$	$\mathbb{Z}_2$	$\mathbb{Z}$	0	0	0
C	0	-1	0	0	$\mathbb{Z}$	0	$\mathbb{Z}_2$	$\mathbb{Z}_2$	$\mathbb{Z}$	0	0
CI	1	-1	1	0	0	$\mathbb{Z}$	0	$\mathbb{Z}_2$	$\mathbb{Z}_2$	$\mathbb{Z}$	0

◇トポロジカル不変量( $\mathbb{Z}$ : 整数、 $\mathbb{Z}_2$ : 二値数、0: 自明)  
空間次元に関して8次元周期で繰り返す

スライド 42

## トポロジカル分類表(周期表)

具体例: 物質・現象

S. Ryu et al, (2010)

分類	次元			
	1	2	3	
<i>Complex case:</i>				
A	0	$\mathbb{Z}$	0	量子ホール効果 GaAs/GaAlAsヘテロ構造
AIII	$\mathbb{Z}$	0	$\mathbb{Z}$	ポリアセチレン
<i>Real case:</i>				
AI	0	0	0	カイラル超伝導・超流動 Sr <sub>2</sub> RuO <sub>4</sub> , <sup>3</sup> He-A相
BDI	$\mathbb{Z}$	0	0	<sup>3</sup> He-B相
D	$\mathbb{Z}_2$	$\mathbb{Z}$	0	3次元トポロジカル 絶縁体 Bi <sub>2</sub> Se <sub>3</sub>
DIII	$\mathbb{Z}_2$	$\mathbb{Z}_2$	$\mathbb{Z}$	
AII	0	$\mathbb{Z}_2$	$\mathbb{Z}_2$	2次元トポロジカル絶縁体 HgTe/CdTe量子井戸
CII	$\mathbb{Z}$	0	$\mathbb{Z}_2$	
C	0	$\mathbb{Z}$	0	
CI	0	0	$\mathbb{Z}$	カイラルd波超伝導

スライド 43

トポロジーが拓く新しい物性科学

## トポロジカル半金属



スライド 44

<スライド 44 >

最後になりましたがトポロジカル半金属についてお話しします。

<スライド 45 >

これまでトポロジカル相の分類を行ってきたのですが、超伝導体、絶縁体などのように励起にギャップがあるものを対象としました。励起にギャップのない系にトポロジカル相があるかどうかということですが、答えはYESです。これはトポロジカル半金属と呼ばれています。物性で元々半金属と呼ばれているのは絶縁体のギャップを反転してバンドが重なったようなものですが、トポロジカル半金属と呼んでいるときはこのようにちょうどギャップが点で閉じているようなゼロギャップの半導体のことを指しています。この例としてディラック半金属やワイル半金属などがあります。ここで思い出していただきたいのですが、先ほどタリウム・ビスマス系でトポロジカル相転移を議論した際に、ちょうどその相転移のところにギャップが消えた状態が出ると言いました。、実はこれがディラック

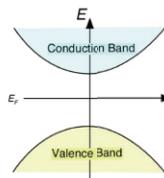
# トポロジカル半金属

トポロジカル相の分類 (絶縁体・超伝導体)



励起ギャップ(バルク)が不可欠

ギャップレス系のトポロジカル相? Yes



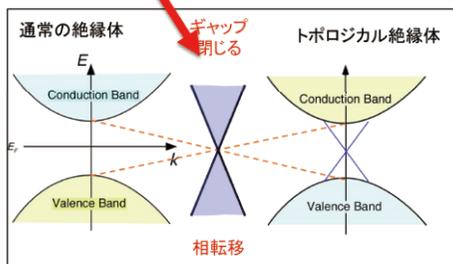
トポロジカル“半金属” (ゼロギャップの半導体)

■ ディラック半金属 ■ ワイル半金属



例  
トポロジカル  
相転移点

$\text{TlBi}(\text{S}_{1-x}\text{Se}_x)_2$



スライド 45

半金属に他なりません。ですからディラック半金属というのは先ほどのタリウム系ですで見つかっています。

<スライド 46 >

ディラック半金属、ワイル半金属と物性で呼ぶときは以下のように定義しています。ここにディラックのハミルトニアン、ここに質量項があります。この質量項がゼロになったものを半金属と呼んでいて、この場合はスピンの二重縮退したディラックのコーンで特徴づけられています。ワイル半金属とディラック半金属を区別するときは、ワイル半金属はこのディラック半金属の二重縮退のスピンの二重縮退が何かの摂動で2つに分かれて2つのワイル点になったものと定義しています。実際にディラック半金属の方は先ほど言いましたようにこれまでの研究で見つかっております。

# ディラック&ワイル半金属

## ディラック

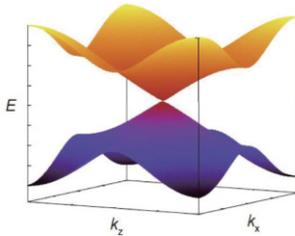
$$H_{Dirac} = p_x \alpha_1 + p_y \alpha_2 + p_z \alpha_3 + m \alpha_4$$



$\alpha_i$ : 4x4 Dirac matrix  
 $\{\alpha_i, \alpha_j\} = 2\delta_{ij}$

$m=0$   
半金属

スピン縮退



## ワイル

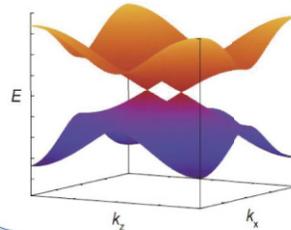
$$H_{Weyl} = p_x \sigma_1 + p_y \sigma_2 + p_z \sigma_3$$



$\sigma_i$ : 2x2 Pauli matrix  
 -Massless fermions  
 -Parity broken

$m=0$   
半金属

スピン縮退なし



野村健太郎, lecture note

スライド 46

<スライド 47 >

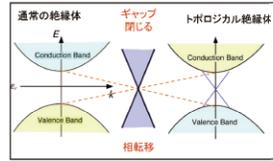
これとは別に第一原理計算からの予言と実現ということがありまして、それによって発見されたディラック半金属が  $\text{Na}_3\text{Bi}$ 、 $\text{Cd}_3\text{As}_2$  などです。理論的予言が先行して、その理論的予言と実験を組み合わせることで成功した例です。ここでも引用しておりますが、実は今回の仁科アジア賞の受賞者である Hongming Weng 氏はこの文献にも含まれています。実際に Hongming Weng 氏が受賞した対象はワイル半金属で以下に説明します。

<スライド 48 >

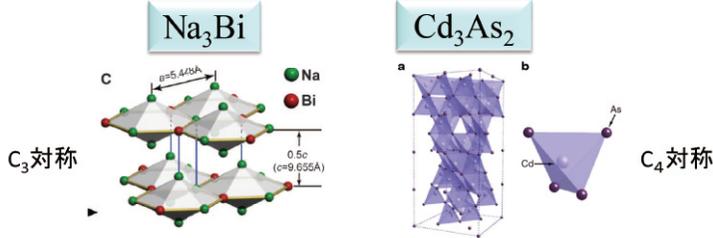
ワイル半金属はディラック半金属に比べてさらに面白い特徴的な性質があります。ギャップレスの準粒子励起があるのはディラック半金属と同じなのですが、既に2つの縮退が解けていますのでこの状態は外からの摂動に関して非常に強いものになっています。これがひとつの特徴です。逆のカイラリティを持つ2つのワイル準粒子が存在するために、表面状態を見ると2つのワイル点を結んだところにフェルミアークと呼ばれるゼロエネルギー

# ディラック半金属

## ■トポロジカル相転移点



## ■第一原理計算からの予言と実現



理論的予言:

Z. Wang *et al.*, PRB **88**, 125427 (2013). Z. Wang *et al.*, PRB **85**, 195320 (2012).

スライド 47

# ワイル半金属

特徴的な性質

### 【ギャップレスの準粒子励起】

摂動に対してロバスト (cf ディラック)

低エネルギー有効モデル  $H = \pm \hbar v_F \begin{pmatrix} k_z & k_x - ik_y \\ k_x + ik_y & -k_z \end{pmatrix}$



Fermi arc state

### 【逆のカイラリティ(L,R)を持つ】

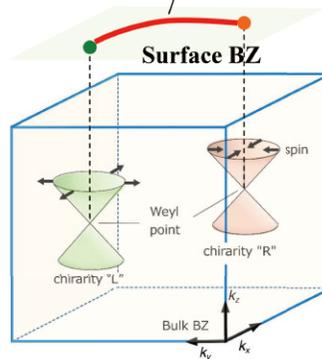
ワイル準粒子がペアで現れる

### 【“フェルミ アーク” 状態】

ワイル点を結ぶ 表面状態

### 【カイラル量子異常】

負の磁気抵抗、異常ホール効果



スライド 48

## ワイル半金属の実現方法

ディラック半金属



$$H_{Dirac} = p_x \alpha_1 + p_y \alpha_2 + p_z \alpha_3 + m \alpha_4$$

$\alpha_i$ : 4x4 Dirac matrix

ワイル半金属



カイラリティ  $\pm 1$

$$H_{Weyl} = p_x \sigma_1 + p_y \sigma_2 + p_z \sigma_3$$

$\sigma_i$ : 2x2 Pauli matrix

対称性の破れ!

1. 時間反転対称性  
 $E(\mathbf{k}, \uparrow) = E(-\mathbf{k}, \downarrow)$
  2. 空間反転対称性  
 $E(\mathbf{k}, \uparrow) = E(-\mathbf{k}, \uparrow)$

スライド 49

ーの状態が出てきます。さらにはカイラル量子異常に起因した負の磁気抵抗なども期待されるわけです。

<スライド 49 >

ワイル半金属はどのようにして作るかということですが、まずディラック半金属を用意します。ディラック半金属に対して、時間反転対称性か空間反転対称性を破ることによってこのようなディラック点を2つのワイル点に分けることが考えられます。

<スライド 50 >

まず時間反転対称性に関する研究が主に行われました。時間反転対称性が破れた場合の提案として、Vishwanath 等のグループがパイロクロア型イリジウム化合物がワイル半金属ではないかと指摘しました。さらに強磁性トポロジカル絶縁体の超格子に関しての理論が Balents 等のグループによって提案されました。こちらの方もかなり実験は進んでい

# ワイル半金属 理論提案と実現

## 1. 時間反転対称性破れ

イリジウム化合物 理論

Wang et al. PRB 83, 205101 (2011)

強磁性トポ絶縁体の超格子 理論

Balents PRL 107, 127205 (2011)

などなど

## 2. 空間反転対称性破れ

S. Murakami, NJP 9, 356 (2007) 理論

ブレイクスルー

**TaAsシリーズ** (TaP, NbAs, NbPなど)

第一原理計算 予言 (2015)  
実験で 実現 (2015)

中国グループ  
プリンストングループ

スライド 50

ますが、まだ決定的な証拠というのは得られていないと思います。これと比べて空間反転対称性の破れの実験が、これより後に行われたのですが、一気に進みました。実は2011年くらいから始まったこの研究の中で、東工大の村上修一教授がワイル半金属とは言ってはいませんでした、2007年頃にその理論を提出されていたということが分かりました。実験のブレイクスルーは2015年に起こりました。TaAsのシリーズに関してまず第一原理計算で予言が行われ、そのひと月くらい後に実験でワイル半金属であるということが実証されました。これを主に行ったのが中国の北京のグループとプリンストンのグループです。

<スライド 51 >

これに関連して第5回2017年の仁科アジア賞がここにおられます Hongming Weng 氏に贈られました。受賞理由は「ワイル半金属の発見への理論的貢献」ということです。TaAs シリーズに対して第一原理計算を行ってこのシリーズがワイル半金属になると予言し、かつ北京の実験のグループと協力してこの物質がワイル半金属であるということを実

## 第5回 仁科アジア賞 (2017年)

Hongming Weng Institute of Physic (中国)

### ワイル半金属の発見への理論的貢献

TaAsシリーズ (TaP, NbAs, NbPなど)

第一原理計算 予言 (2015)

TaAs 角度分解  
光電子分光 (001)表面

フェルミアーク観測

B.Q.Lv et al. Phys. Rev. X (2015)

スライド 51

証したわけです。

<スライド 53 >

こういったトポロジカル半金属の種類としまして、ここに述べましたディラック半金属、ワイル半金属の他に最近では線ノード半金属というものがあります。それはゼロエネルギーの点が、線上につながっているようなものです。これを得るためには特殊な対称性が必要ですが、実際に実現されて観測もされています。この他ワイル半金属に関してはカイラルアノマリーなどの実験もあります。時間の関係上ここでは割愛します。

<スライド 54 >

<スライド 55 >

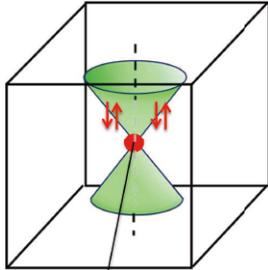
以上まとめますとここではトポロジカル物質の中で主に絶縁体と超伝導と半金属につい

# トポロジカル半金属の種類

佐藤宇史氏(東北大学)より

## ディラック半金属

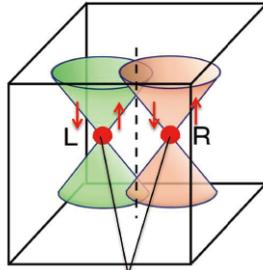
$\text{Na}_3\text{Bi}$ ,  $\text{Cd}_3\text{As}_2$  ...



Dirac node

## ワイル半金属

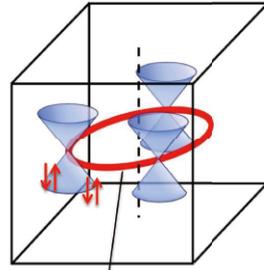
$\text{TaAs}$ ,  $\text{NbP}$  ...



Weyl nodes

## 線ノード半金属

$\text{CaAgP}$ ,  $\text{ZrSiO}$  ...



Line node

Symmetry-protected  
(mirror, glide mirror...)

その他 カイラルアノマリー

負の磁気抵抗、異常量子ホール効果、カイラル磁気効果

スライド 53

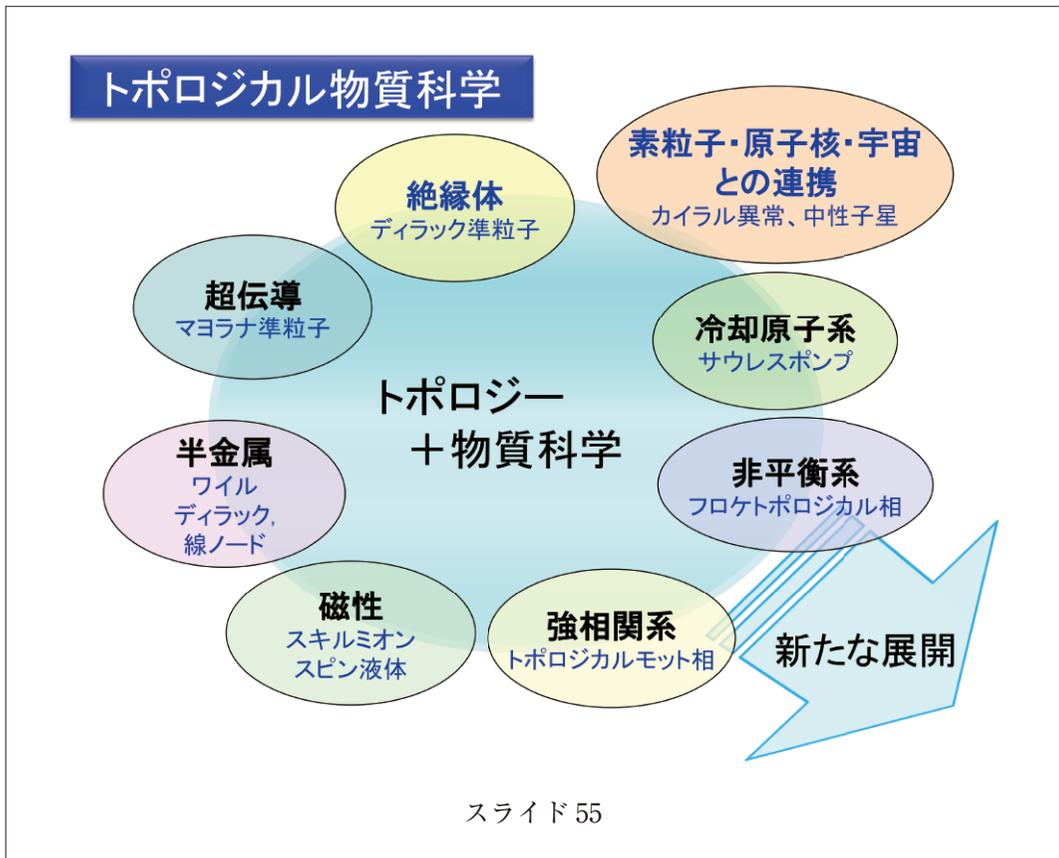
トポロジーが拓く新しい物性科学

まとめ



2017.12.6 仁科記念講演会

スライド 54



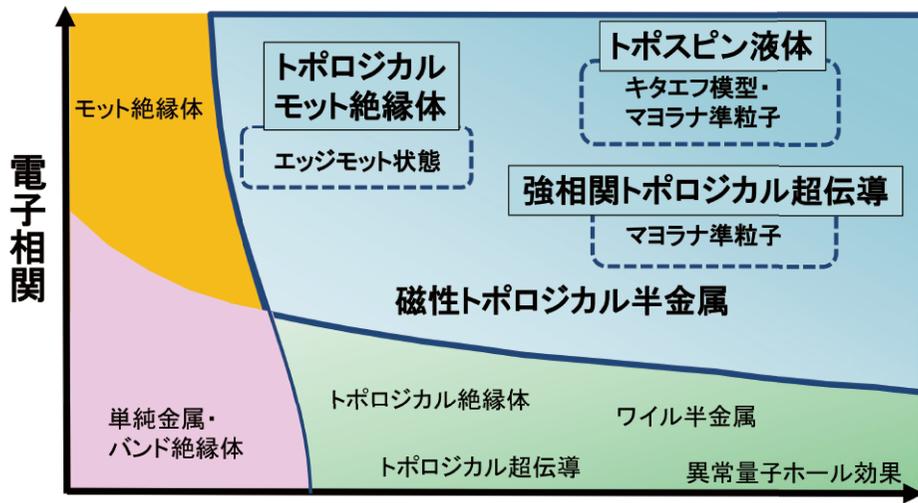
てお話ししました。これ以外にもこれから十倉先生がお話になる磁性体におけるトポロジカルな励起、強相関系さらには非平衡系のフロケットポロジカル相、冷却原子系におけるサウレスポンプの実現など、大変多くの話題があり研究が進んでいます。また素粒子・原子核・宇宙との連携で例えば中性子星の超流動状態なども調べられています。今後新たに研究が展開していくと思うのですが、その際にも例えば Kane、Mele などのようなブレークスルーが必要であると思います。ひとつ個人的に期待しているのは、こういった磁性とか強相関関係での発展です。

<スライド 56 >

これは電子相互作用を縦軸にとってスピン軌道相互作用を横軸にとったものです。いまままで発見されたものはスピン軌道相互作用の強いトポロジカル絶縁体あるいはワイル半金属、トポロジカル超伝導などですが、一般には相互作用が弱い物質です。こちらの相互作用が強い、すなわち電子相関の強い系はまだあまり実験的にも系統的に研究がされていま

# 強相関トポロジカル相

～弱相関から強相関まで 統一的理解～



「トポ物質科学」資料

スピン軌道相互作用

スライド 56

せん。特に面白いと思っているのは、トポロジカルスピン液体です。これには Kitaev が提案しているモデルがあり、超伝導ではなく、磁性体でマヨラナ準粒子が出現することが予言されています。このマヨラナ準粒子が発見されれば、超伝導におけるマヨラナ準粒子と同じようにブレイクスルーになる面白いテーマではないかと思います。多くの興味深いテーマが今後も展開していくと思います。

<スライド 57 >

以上で大体話は終わりです、最後に謝辞を述べます。今日お話したことは文部科学省の科研費「トポロジーが紡ぐ物質科学のフロンティア」のサポートを受けたもので、この領域の多くのメンバーの方々と日々の議論をベースにしています。この場をお借りして日々お世話になっている方々に感謝して私の講演を終わりたいと思います。以上です。ありがとうございました。

## 謝辞

# トポロジーが紡ぐ 物質科学の フロンティア



文部科学省 科学研究費 新学術領域研究

プロジェクトリーダー：川上則雄

(平成27年度～31年度)

北海道大学、東北大学、東京大学、東京工業大学、  
名古屋大学、京都大学、大阪大学、岡山大学、  
慶応大学、学習院大学、京都産業大学 など  
NTT、産業技術総合研究所  
日本原子力研究開発機構

スライド 57

### 【司会】

どうもありがとうございました。非常に明快にきれいにまとめていただきました。質問、コメントはありますか。

### 【質問】

大変興味深いご講演をどうもありがとうございます。講演の中で東工大の村上先生のご貢献がかなり強調されていましたが、現状川上先生が他に注目されている何かコンセプショナルレベルでのこころの周辺の理論的な何かはありますでしょうか。

### 【川上】

村上先生、永長先生のグループは先駆的な研究をされていると思っています。講演の際にはふれることができませんでしたが、例えばトポロジカル超伝導の理論では、京都大学の佐藤昌利先生や大阪大学の藤本聡先生が先駆的で質の高い業績をあげられています。ま

た、講演の中で触れましたが、古崎・笠先生たちのトポロジカル分類理論も著しい成果であると思います。以上のことを追記しておきます。最近ですと先ほどのトポロジカル半金属に線ノード半金属というものがありました。この研究を多くのグループが行っています。例えば名古屋大学の山影さんたちの若手のグループが、新しい線ノード半金属を理論的に提案して実験でも観測されました。他にもこの分野には優秀な研究者が多くおられます。

#### 【コメント】

右の上の端っこの塊で素粒子がありますけれども、冗談のようになりますが、私はこういうもので極めて異常な相互作用を持ったものというのはたくさんあるのではないかと考えています。例えばダークマターは原因が全く分からないと現在まで言われていますけれどもそういう幽霊みたいな物質もあり得るし。元々固体物理の概念はたくさんあってそれが現在こういう風に一般化したビューポイントで見られるようになって、素晴らしいことではないかと思ひまして大変驚いて拝聴しておりました。

#### 【川上】

ありがとうございます。

#### 【質問】

マヨラナですが、例えば Tony Leggett などによると素粒子でのマヨラナと物性でのマヨラナでは少し違うのではないかと、例えば少なくとも massless になるとか。Tony Leggett の議論は massless だと言っている。それが一般的なのか確認したいです。

#### 【川上】

物性で言うマヨラナエッジという状態は、massless です。

#### 【質問】

最後の Kitaev のトポロジカルスピン液体でマヨラナが出るかもしれないと仰いましたが、スピン系でマヨラナっぽいものを出すのは難しいと思うのですが、できそうなのでしょうか。

### 【川上】

できそうだと思います。実際に Kitaev モデルという特殊なスピン系のモデルなのですが、Kitaev がこの問題を解くときに元々のスピン演算子をマヨラナに分解して取り扱いました。実際にトポロジカル磁性体でマヨラナ準粒子が出るということを Kitaev が予言したわけですが、最近学会で発表されていてまだ論文には出ていない結果があります。ここに示したのは  $\alpha\text{-RuCl}_3$  という Kitaev モデルの 2 次元磁性体の候補です。この物質で熱に関するホール効果を測ったら実際にそれが有限に存在して、その値が Kitaev が予言するホール効果の量子化値と同じになったという発表を京大の松田さん達が行われました。元々のスピンがマヨラナに分解されて、それがエッジ状態として見られるということです。直接マヨラナ準粒子という物は観測できていないのですが、熱ホール抵抗を測るとそれが予測されていた量子化値と同じ値をとるということです。このような実験も進んでいるので、今後系統的に研究がなされていくのではないかと思います。

### 【司会】

それでは川上先生、どうもありがとうございました。

# 磁性とトポロジー

## — 磁石がつくるトポロジカル粒子 —

十倉 好紀

理化学研究所創発物性科学研究センター センター長

東京大学大学院工学系研究科 卓越教授

### 【司会】

それでは、2 番目のご講演で、理化学研究所の創発物性科学研究センター センター長、東京大学工学部物理工学科の十倉好紀先生に「磁性とトポロジー」ということでご講演いただきます。

### <スライド 01 >

ご紹介どうもありがとうございます。

理化学研究所および東京大学の十倉と申します。

今日は、「トポロジーが拓く物性科学」ということで、先ほど川上先生に、たいへん勉強になる、いい話をさせていただきました。

私の方は、写真、動画を多くした雑駁な話ですけれども、「磁性とトポロジー」というテーマで、普通のありふれた磁石が、トポロジカルなナノ粒子を作るという話をしたいと思います。

まず、電子系のトポロジーと実際にナノ粒子の例としてのスキルミオンを、そして次に磁気モノポールの話をしていきます。

### <スライド 02 >

先ほどからの話を簡単に絵でまとめます。いわゆる運動量空間のトポロジーでは、磁場をかけた時の量子ホール系、ゼロ磁場でも時間反転対称性を破ることによって、ギャップができる量子異常ホール系、それから最後に空間反転対称か、あるいは時間反転対称のいずれかを破ると、ギャップレスなトポロジカル半金属、ワイル半金属ができるという話があったと思いますが、これからは、このトポロジーをむしろ普通の実空間の方に換えていきたいと思っています。

# 磁性とトポロジー ～磁石がつくるナノ粒子～

十倉 好紀

理研創発物性科学研究センター(CEMS), 東大・物理工学

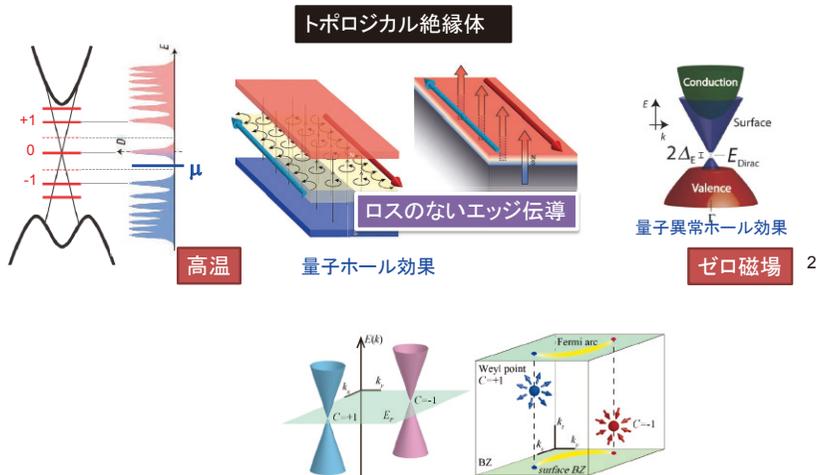
電子系のトポロジー ～ 運動量空間と実空間 ～

磁気スキルミオン

創発磁気モノポール

スライド 01

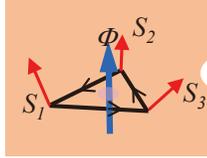
## 運動量空間のトポロジー



スライド 02

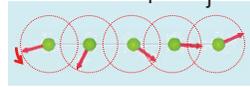
## 実空間の磁気トポロジー

立体角  $S_1 \cdot (S_2 \times S_3)$  創発磁場



$S_i \times S_j$

$P$  (電気分極)



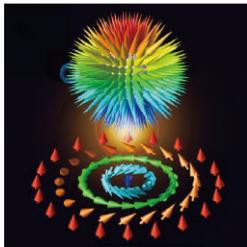
ベクトル スピンカイラリティ

分極流による磁気制御

マルチフェロイクスの物理

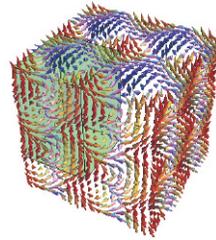
スカラー スピンカイラリティ

連続体へ



スキルミオン

伝導電子へ働く巨大仮想磁場



創発磁気モノポール<sup>3</sup>

スライド 03

<スライド 03>

今日お話しするのは、基本的には実空間でスピン、スピンというのは電子の作る小さなモーメントですけれども、このスピンの互いに傾いていたり、ぐるぐる回っていたり（いわゆるらせん磁性）することがあります。ある場合には、スピンの3角形の中でお互に傾くことがあり、この場合には、非常に大きな、実効的な磁場ができます。これは電子に与える磁場で、電子の波動関数の位相を変えるような磁場ですね。一方、縦方向にぐるぐる回るらせん構造、これをサイクロイドといいます。この場合には、スピン流というのが流れて電気分極が発生するという不思議なことが起こります。

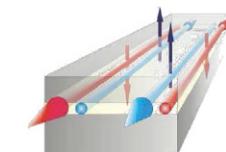
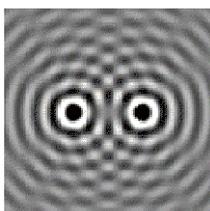
磁性と電気分極という本来は全然違うものが、スピンのトポロジカルな構造を通じて混ざるものでして、いわゆるマルチフェロイクスといわれる一群の研究分野があるのですけれども、その基本的な枠組みを与えています。

さらに、ここにあるようならせん磁性を組み合わせると、新しい粒子ができて、それがここに示すスキルミオンというものです。いろんなスキルミオンがあるのですが、その

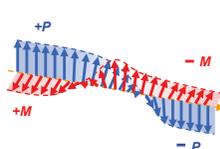
# トポロジカルエレクトロニクス Topological Electronics

## topological quantum materials

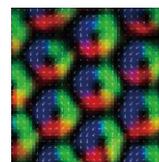
位相干渉で電子を駆動



トポロジカル絶縁体のロスのないエッジ電流

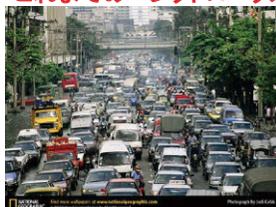


マルチフェロイックスにおける磁性的電界制御



スキルミオンと極低電流駆動

これまでのエレクトロニクス



トポロジカルエレクトロニクス



4

スライド 04

典型例は、ここに示すように、端の方ではスピンは全部上を向いているのに、ぐるぐる回りながら中に入っていくと、コアのところではちょうど下を向いている。だからこのスピン集合体は、1個1個取り出して全部重ねると、スピンの四方八方に伸びる構造になります。

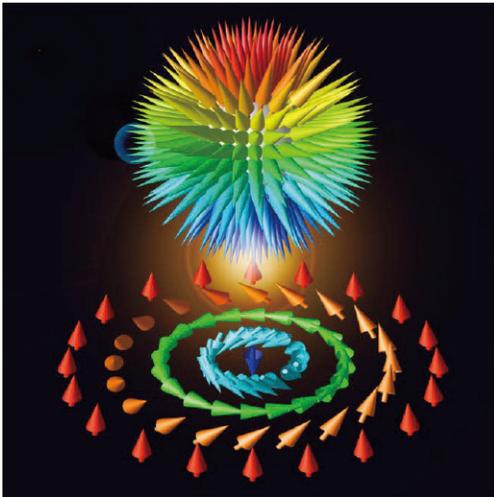
このスピン構造が、先ほど言ったような創発磁場、実効的な磁場を作ります。さらに、スキルミオンをちぎると、いわゆる創発磁気モノポールができます。もちろん実磁場の磁気モノポールは、発見が難しいですが、磁性体の中では、電子に対しては磁気モノポールと呼べるものが普遍的にあると言えるのです。

<スライド 04 >

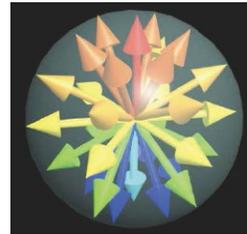
トポロジーの研究をしているといえば、よくどんなふうに関に立つのだと言われます。もちろん位相干渉で電子を駆動するというは、非常に新しい原理で、エレクトロニクスの発展形につながるでしょう。例えば、今までのエレクトロニクスというのは左図のような感じで、対してトポロジカルエレクトロニクスというのは右図の高速道路のような感じでしょうか。

# 磁気スキルミオンとは magnetic skyrmion

スキルミオン “skyrmion” Tony Skyrme 博士(1922-87)によって提唱された核子(バリオン)を、ソリトンとして記述するための量子模型



© S.M. Baharamy



スピン方向をマッピングすると、球面を覆う(立体角  $4\pi$ )

トポジカル数=1

topological charge

スライド 05

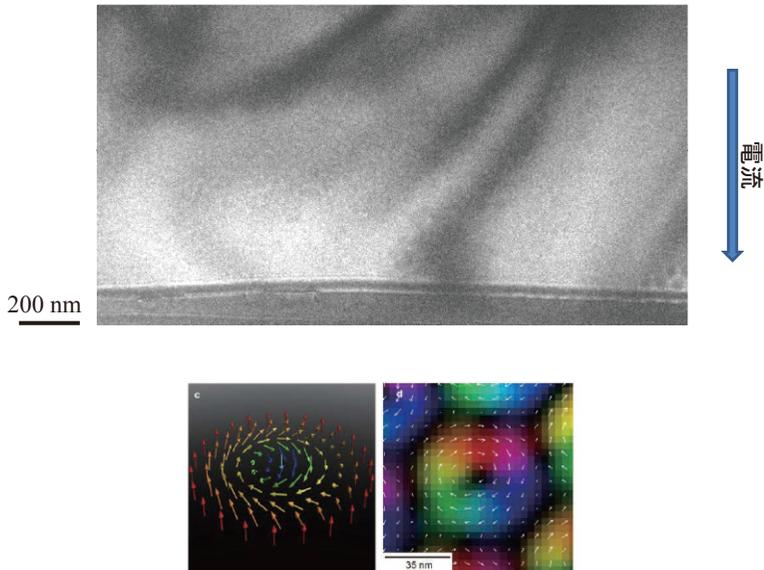
<スライド 05 >

今日は、実空間のトポロジーということで、主に磁気スキルミオンについてお話しします。スキルミオンというのは、もともとは、核物理学分野で、Tony Skyrme 博士が30年以上前に提案されたもので、核子の励起状態を記述する量子模型でした。今言ったように我々のイメージするスキルミオンというのは、スピンの方向がぐるぐる回っていて、中心に行くに従ってだんだんスピンの方向が傾いていって、最後は下を向いている。だからこのスピンを全部寄せ集めて、原点に集めると、すべてのスピンの集合がこのスキルミオンの中では、立体角  $4\pi$  の球を一回覆うわけです。スピンの方向が球を何回覆うかを巻き数ともいいますが、ここではスキルミオン数と言うことにします。こういう連続変形から整数量が、つまり1回巻いているか2回巻いているか出てくるのが、トポロジーの面白いところです。

粒子をどのように定義するかということが重要なことは、多分物理学を学ばれた方は、よくご存じでしょう。どんな粒子でも寿命があるわけですが、一種の位相的な欠陥として、粒子を定義するというのが Skyrme 博士の考えた非常に賢い方法です。そういうことを考

## スキルミオンの実空間観察

FeGe, 180 K, 160 mT



スライド 06

えと、こういう磁性体の中にも新しい粒子が定義できるのではないかとことです。

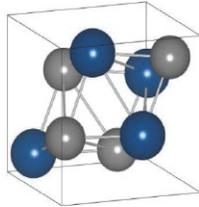
<スライド 06 >

ここに示すのは実際の電子顕微鏡の動画です。ここでいっばい玉ころみたいなのが、先ほど言ったスキルミオンです。こんなナノメートルスケールの玉ころが磁性体の中にいっばいできるということで、発見当時(2010年)は大変珍しがっていたのですが、最近、様々な磁石の中でもかなり普遍的にできることがわかってきました。実はこの1個の玉ころをよく見ると、外側の黒いところはスピンの上側を向いていて、中に行くとぐるぐる回って、最後の芯のところは反対側を向いています。この玉ころの一つは、70ナノメートルぐらいの大きさでして、スキルミオンのモデルにほぼぴったり合うようなスピン構造が実際にできていたことが分かりました。

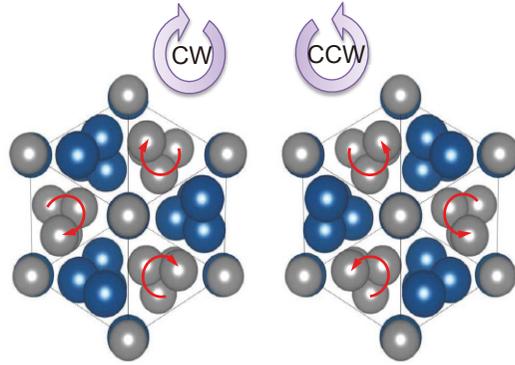
# らせん磁性の混成がスキルミオン結晶を作る

7

## 結晶構造



- : 遷移金属 (Mn, Fe, Co)
- : Si, Ge
- ・ キラルの構造



キラル結晶格子

## 磁気構造

$$H = \sum \left( -J \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j + \vec{D}_{ij} \cdot (\vec{S}_i \times \vec{S}_j) \right)$$

強磁性  
相互作用

+ ジャロシンスキー  
- 守谷相互作用



らせん磁気構造

磁気変調長さ  $\sim aJ/D \sim 10\text{nm} - 300\text{nm}$

スライド 07

### <スライド 07>

これから具体的な例に入っていきます。最初どんな風にして磁石の中にスキルミオンが見つかったかというお話を簡単にさせていただきます。典型的には鏡に映すと違う形になる、というような物質群を対象にします。それを化学の言葉でキラル(物理の言葉ではカイラル)と言います。

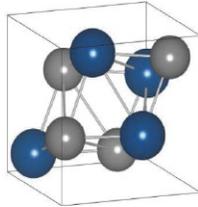
### <スライド 08>

キラルな磁性体の例として、例えば、鉄とゲルマニウム、あるいはマンガンとシリコンからなる結晶を示します。これが、本当にキラルかどうかすぐには分からないかもしれませんが、ある方向から投影したものがここに描いてありまして、この原子の並びが奥に行くにつれて、右ねじの方向に巻いているか、左ねじの方向に巻いているかによって異なる結晶構造が存在します。だからこれは、キラルな結晶です。非常に簡単な2原子結晶構造でもこういうキラル構造を実現できます。

# らせん磁性の混成がスキルミオン結晶を作る

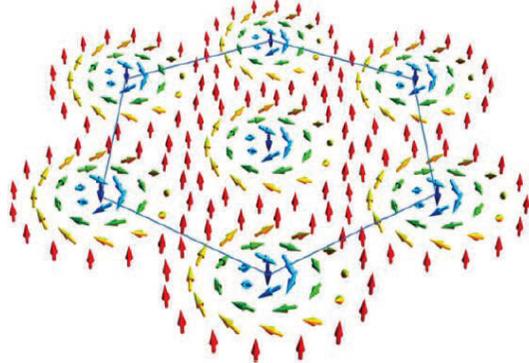
8

## 結晶構造



- : 遷移金属 (Mn, Fe, Co)
- : Si, Ge
- ・ キラルの構造

MnSi, FeGe, etc.

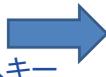


## 磁気構造

$$H = \sum \left( -J\vec{S}_i \cdot \vec{S}_j + \vec{D}_{ij} \cdot (\vec{S}_i \times \vec{S}_j) \right)$$

強磁性  
相互作用

+ ジャロシンスキー  
- 守谷相互作用



中性子散乱によるスキルミオン格子の発見  
Pfleiderer-Rosch Group (2009)

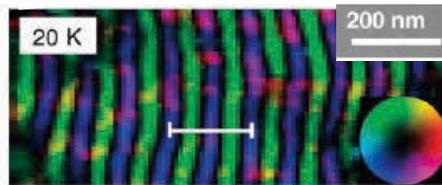
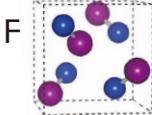
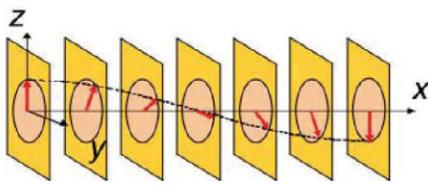
## らせん磁気構造

磁気変調長さ  $\sim aJ/D \sim 10\text{nm}-300\text{nm}$

スライド 08

このようなキラル物質が磁性体であったときに、スピン間の相互作用として、スピンをなるべく同じ方向に向けようとして強磁性にしようとするもの(強磁性ハイゼンベルグ相互作用)と、一方で反転対称性が無い場合には、スピンをお互いにできるだけ直交させようとする相互作用があります。後者は、有名なジャロシンスキー-守谷相互作用です。この2つの相互作用があると、スピンの先ほど言ったようにらせん構造を巻きます。平行にしようとするのと、ひねろうとする相互作用の2つが競合する結果です。その両者の比に格子定数を掛けたものが、どれぐらいの長さのらせんの周期が出るかを与えます。ある場合に、もしこのらせん磁性の3つの方向が同じ結晶面内で同時に起こると、つまり3つのらせん磁性を足し算するとここに示したような構造になります。これはよく見ると、このぐるぐる渦を巻いているボルテックス(渦)が、3角格子を組んでいます。そのボルテックスのひとつを取り出すと、先ほど述べたスキルミオンの形、つまり外側では上を向いて、グルグル回って中心では下を向く形になっています。つまりの1個のボルテックスの中では、スピンは球を1回覆っているという形になっていますから、これはスキルミオンが3

## スキルミオンの実空間観察



M. Uchida, Y. Onose, Y. Matsui, Y. Tokura,  
Science (2006)

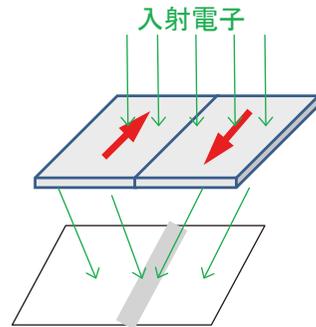
$$H = \sum \left( \underbrace{-J\vec{S}_i \cdot \vec{S}_j}_{\text{強磁性相互作用}} + \underbrace{\vec{D}_{ij} \cdot (\vec{S}_i \times \vec{S}_j)}_{\text{DM相互作用}} \right)$$

強磁性相互作用 + DM相互作用

らせん磁気構造

磁気変調長さ  $\sim aJ/D \sim 10\text{nm}-300\text{nm}$

ロ-レンツ電子顕微鏡



スライド 09

角格子状にきれいに並んだものと見做すことができるのです。今から8年前になりますが、ミュンヘン工科大学のPfleiderer教授のグループが中性子散乱でこういうスキルミオンが結晶格子を組んでいる状態を、中性子の散乱で見えたと報告しました。おそらくこれがこんな状態だろうということを目測したわけです。もちろん、トポロジーということを考えるためには、実際にボルテックスの構造が本当に球を1回巻いているような状態になっているかということを確認なくては行けないので、それにはどうしても、実空間で観察することが必要です。

<スライド 09 >

元来私はこういう分野とはあまり関係なかったのですが、ある時、電子顕微鏡を研究に使用する必要がありまして、その時にこのようならせん磁性は、電子顕微鏡で直接見えるのではないかと思いました。電子顕微鏡で磁気構造や超伝導体の磁束を見るのは、(故)外村彰先生の仕事で有名ですが、ローレンツ電子顕微鏡といいます。これの原

理は簡単でして、もし磁性体で磁化が右を向いたり、左を向いていたりして、その磁化が遷移している場所、磁壁といますが、があるとします。磁化というのはもちろん磁束密度  $B$  を示しますから、上から入射してくる電子は、電磁気学でいうところのローレンツ力を受け、左側に散乱されたり、右側に側に散乱されたりします。

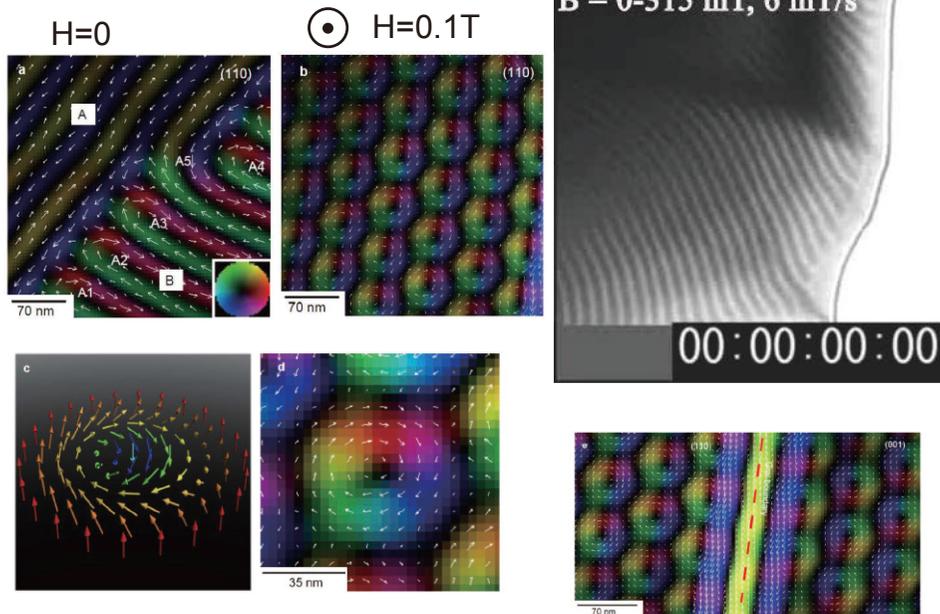
電子顕微鏡のある場所に、透過電子線を検知する板を置いておいて、それを試料に近いところで見ると、遠いところで見ると、明暗が逆転した縞ができます。その2つの情報をもう一度逆変換で解いてやると、実は、面内方向にはスピン、あるいは磁気モーメントがどのように向いているかが分かります。先ほどのキラル結晶のらせん磁気構造を実際に見た(10年以上前の話ですが)のがこの図でして、スピンはこのカラーホイールに示されているように、いろいろな方向を向いています。すなわち、この縞模様の周期でスピンの向きが回っています。らせん磁性というのが、このように実空間で観察できるようになってきたわけです。

#### <スライド 10 >

ちょうどそんな時に、スキルミオンも同じように見えないかっていう話が出てきて、実際にそれを電子顕微鏡で見たのが先ほどの図なのです。まず、磁場をかけないと先ほど述べたような縞模様になります。縞模様が表現していることというのは、スピンのスクリーンのようにぐるぐる巻いて一方向に走っているわけです。らせんの走っている向きは縞模様に垂直な向きです。そこでちょっと磁場をかけていきます。そうすると、先ほどのローレンツ顕微鏡で、端の方から玉ころ、スキルミオン、がどんどん析出して来るわけです。どんどん磁場をかけると、やがて非常にきれいな三角格子に並んだ結晶を組むようになり、さらに磁場を強くすると、スキルミオンが壊れ始めます。これを実際に2つの像をとって可視化したのが中央上段のカラーの図でして、スキルミオンがきれいに三角格子を組んで結晶に並んでいる。中性子散乱で見たのは、実際にこういうトポロジカルな粒子の三角格子であったということが、これで分かったのです。ひとつだけ切り出したのが中央下段の図ですけど、スキルミオンの周りの黒いところがスピンは上を向いて、中心に近づくと渦状にぐるぐる回って、最後中心で下を向いています。先ほど言ったスキルミオンの構造(下段左側の模式図)をまったくそのとおりに反映しているということが、これで分かったわけです。

## FeGe: from helical to skyrmion crystal at 260K

X.Z. Yu et al. Nat. Mater.(2010)



スライド 10

### <スライド 11 >

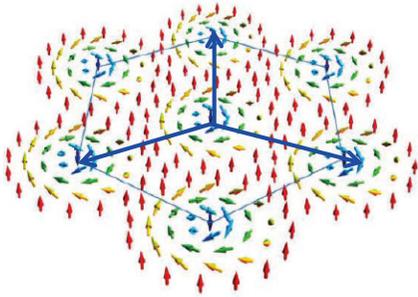
先ほど言いましたように、スキルミオン結晶格子の状態は、平面内3方向のらせん磁性の走るベクトル、波動ベクトル、を足し算してやればこのような状態が出るということが分かりましたけれども、じゃあ、スキルミオンというのは、こんな風に波の状態を重ね合わせた状態、固体物理の言葉でスピン密度波という言い方をしますが、のようなものなのか、それとも元々のアイデアにあるように、1個の粒子として、たとえ1個だけ取り出しても安定に存在するかどうか、どちらなのでしょう。もちろん、結晶状態ができたなら、3つの波の重ね合わせで描けると考えてもいいのですが、正しい答えは、これを完全な粒子と思ってよろしいということです。すなわち、スキルミオンというのは1個だけでも独立して存在することができます。それは、逆に波の重ね合わせとしては、描けない場合もあるということです。

## スキルミオンは波か粒子か

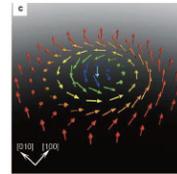
$$\mathbf{M}(\mathbf{r}) \approx \mathbf{M}_r + \sum_{i=1}^3 \mathbf{M}_{\mathbf{Q}_i}^h(\mathbf{r} + \Delta \mathbf{r}_i) \quad \text{スキルミオン結晶格子の密度波モデル}$$

一様磁化. ( $\parallel z$ )

$$\mathbf{M}_{\mathbf{Q}_i}^h(\mathbf{r}) = A[\mathbf{n}_{i1} \cos(\mathbf{Q}_i \mathbf{r}) + \mathbf{n}_{i2} \sin(\mathbf{Q}_i \mathbf{r})]$$



vs.



答： 粒子。一個でも存在する。トポロジーの保護を受ける。

11

スライド 11

<スライド 12>

実際に最初にこのスキルミオンが見えたのは、Fe(Co, Si)という、MnSiと同じようなキラル磁性体で、2010年のことです。磁場と温度の平面で、バルク結晶ではスキルミオンというのは、ほんの狭いところに現れています(右上図)。これは、熱力学によって、こういう特殊な状態が辛うじて安定化しているということです。しかし、電子顕微鏡で見えるぐらいの薄い膜(100nm以下)にすると、実はスキルミオンというのは、非常に広い温度—磁場範囲で存在するということが分かってきました。

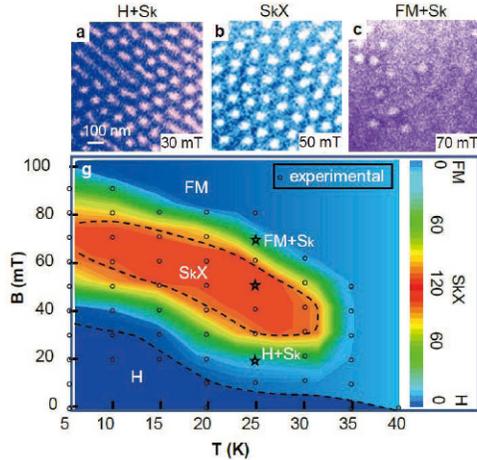
<スライド 13>

先ほどの縞模様のところから、磁場(H)を上げていくとスキルミオンの結晶(SkX)になるところがあるのですが、さらに磁場を上げていくと、スキルミオンがポツポツと独立しているような状態(FM+Sk)が見えるのです。もう少し詳しく見たのが右図でして、このように、スキルミオン粒子が独立して存在し、別に規則正しく並んでいるわけでもないの

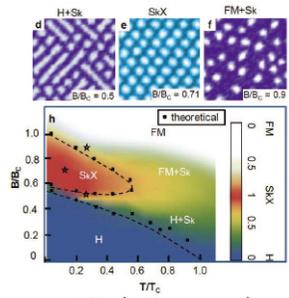
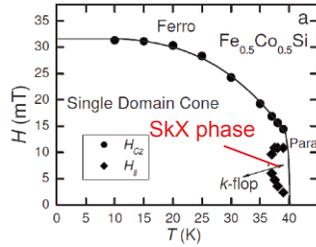
# スキルミオンの安定領域

# バルクの結晶

20nm厚膜 (ローレンツ電顕)



SKX: スキルミオン結晶  
X.Z. Yu, Y.T *et al.* Nature (2010).

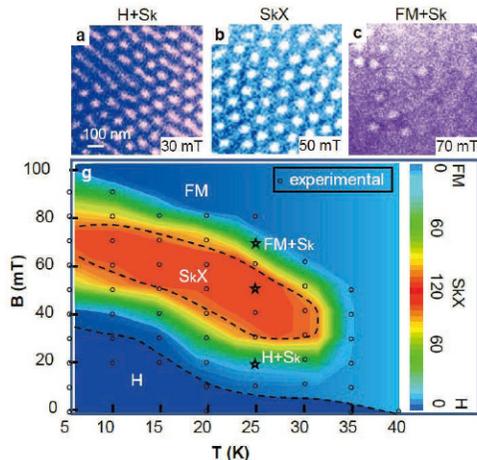


2D シミュレーション

スライド 12

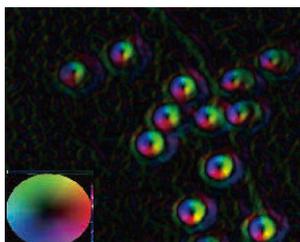
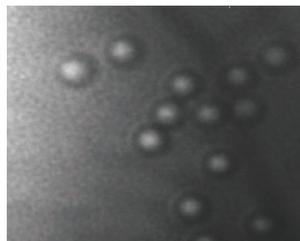
# スキルミオンは波か粒子か

20nm厚膜 (ローレンツ電顕)



SKX: スキルミオン結晶

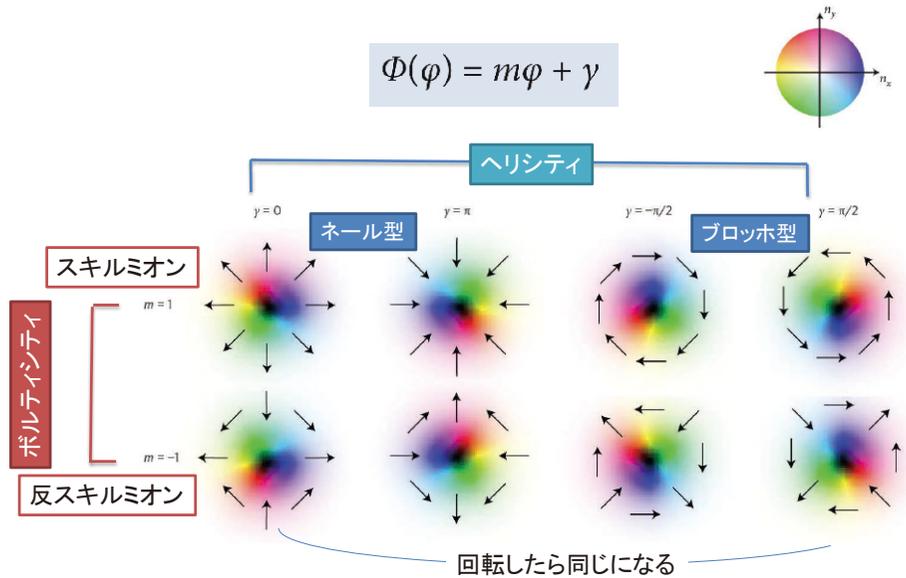
孤立したスキルミオン粒子



(001) Fe<sub>0.5</sub>Co<sub>0.5</sub>Ge

スライド 13

# スキルミオンのタイプ



スライド 14

です。だからスキルミオンというのは、1個でも安定してできる。いったんできてしまうと、そんな簡単には壊れない。これは、スキルミオンがそのトポロジーで保護されているとあってよいでしょう。

## <スライド 14>

スキルミオンはいろいろな形があり、その分類学が可能ですが、難しい話ではありません。スピンのぐるぐる巻いて、全スピンの球を1回だけ覆うときに、つまりスキルミオン数が1である時にどんな構造があるかということです。ネール型と呼ばれるものは、スピンの噴水のように広がっていく状態、あるいは逆に吸い込まれていくような状態であり、一方、プロットホ型は先ほど見せたように、スピンの渦状にぐるぐる巻いている状態で、これも時計回りか反時計回りで2種類あります。それから、もう1つはスキルミオン数の符号が反対の反スキルミオン(下段)というのがあります。これは、角度(ヘリシティ)を回すといろいろは構造をいろいろ作れるのですが、実は回転していくとみんな同じものにな

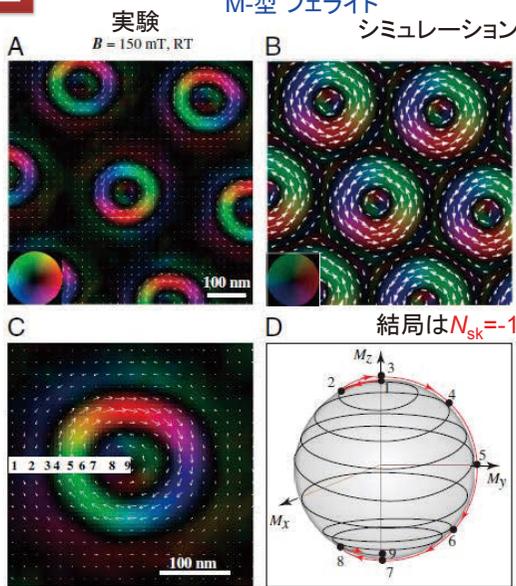
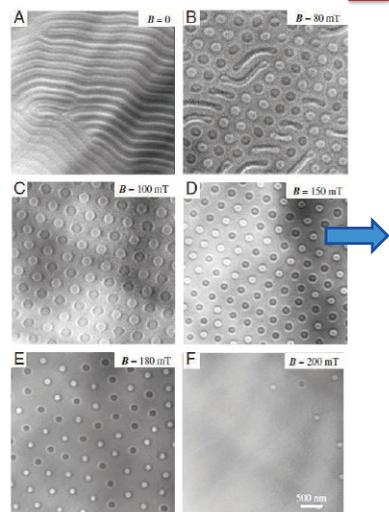
# 普通の磁石の中にもスキルミオン

双極子相互作用  
ヘリシティを決めない

Yu et al. PNAS (2012)

室温

M-型フェライト



スライド 15

りますから、反スキルミオンっていうのは、ブロッホ型もネール型もなくて、1つしかないといえます。

## <スライド 15>

このスキルミオンというのは、こういうキラルな磁石(ブロッホ型を示す)とか、極性のある磁石(ネール型を示す)、とか特殊な磁石にだけにしか見えないかというと、そうでもありません。実は昔から、磁石には磁気バブル(泡)という概念がありまして、60歳以上の年配の方には、磁気バブルメモリーというのをご存知かと思います。多くの磁石の中にも、そのバブルが存在し、その中には、スキルミオンと見做せるバブルも存在します。ここに示すのは、バリウムフェライトというもので、これは家庭の冷蔵庫の壁にくっついてある普通の磁石、年間何千トンも生産されている磁石ですけれども、そこにちょっとだけ鼻薬を入れてやると、先ほど言ったスキルミオンが簡単にできます。先ほどのキラル磁石と違うのは、黒く見えているバブル(スキルミオン)はスピンの時計周りに巻いている。そ

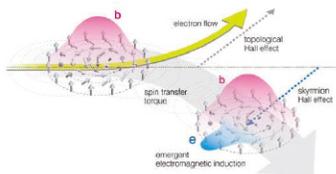
# スキルミオンの驚くべき性質

トポロジーが保証する安定性: ロバストな準安定状態の形成

電子に与える巨大な仮想的電磁場 ～創発電磁場～

スキルミオン1個が磁束量子1個を担う  $1 \text{ Sk}/10\text{nm}^2 \rightarrow 400\text{テスラ}$

スピン流が高効率に慣性質量のないスキルミオンを動かす



創発電磁場を担うスキルミオンが動けば、  
仮想電場を生む(スキルミオン電磁誘導)

スキルミオン・STRINGが壊れるときは磁気モノポール対を発生

スライド 16

して白く見えているのは反時計周りにスピンの逆が巻いている、そういう状態ですから、その二つのヘリシティのものが全くランダムに並んでいます。

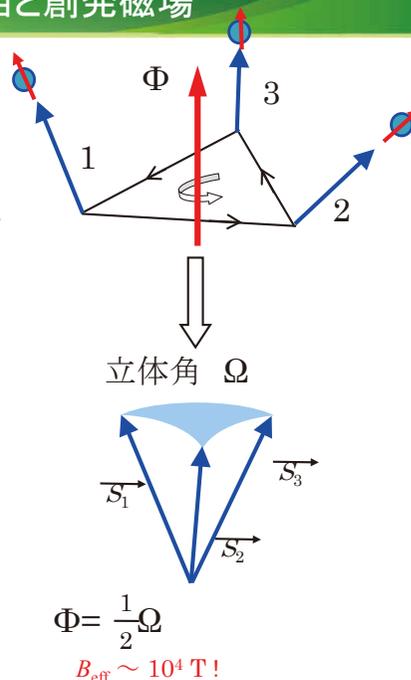
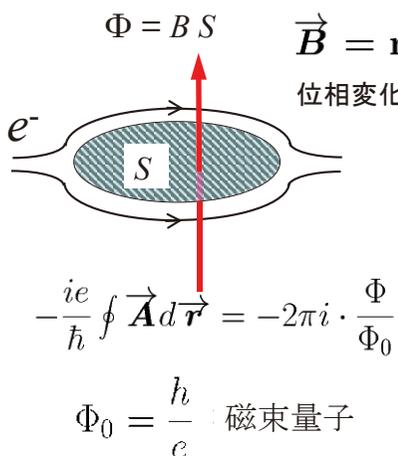
バブルができるのは、磁石の双極子相互作用と呼ばれる力が原因ですが、大きさ100ナノメートル以上なら、ヘリシティ(渦の巻き方)は定まらないが、スキルミオン自体は普通の磁石の中にも非常に普遍的に存在するということが分かってきたのです。

<スライド 16 >

このようなスキルミオンができると、どういう面白い性質が出てくるかというのが重要な問題です。ちょうど全球を覆うようなスピン配置になりますから、連続変形では、先ほど言ったようにマグカップとドーナツの間の連続変形はできるけれど、マグカップがただの平皿には決してならないように、トポロジーが保証するような安定性があります。これは、準安定状態、本来なら熱力学的な安定状態ではない状態が、極めてロバストに存在するという事です。それからもうひとつは、スキルミオンが1個できると、そこに実効的

## 量子ベリー位相と創発磁場

### アハラノフ-ボーム効果



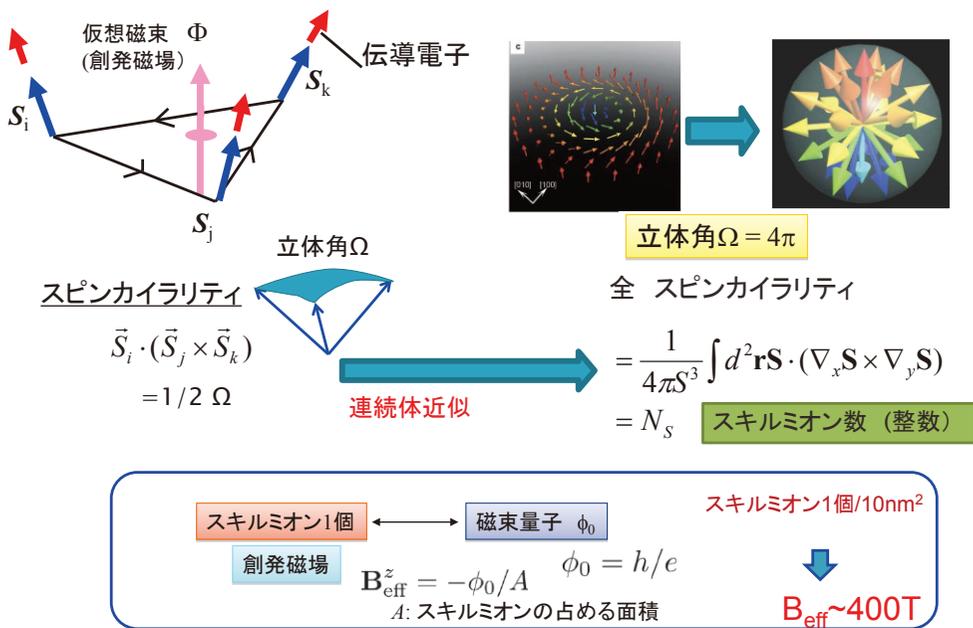
スライド 17

に非常に強い仮想磁束(創発磁場と呼んでいます)が出来ます。そして、スキルミオンが動くとき一種の電磁誘導が起こります。すなわち創発電場が生じます、電子系に対して。このような創発的な電磁場が起こるとい話をこれからします。

<スライド 17>

仮に小さなリングを使って、中に磁束を通します。そうすると、リング上を運動する電子は、ベクトルポテンシャルに応じて、位相変化を受けるわけで、この上側の経路を通る電子と、下側を通る電子が合流点で干渉し合う、この現象がよく知られた AB 効果、アハラノフ-ボーム効果です。どれぐらいの磁束でどれぐらいの位相変化が起こるかは、磁束を磁束量子で割り算して求めることができます。これと似たようなことが、固体中のスピン系でも起こせます。三角形 1-2-3 の角に位置する 3 つのスピンが互いに傾いていたとします。

# スキルミオンのつくる創発磁場



スライド 18

## <スライド 18>

そうしますと、この3つのスピンの張る立体角、その大きさに応じて、ここに実効的に強い磁場がかかったのと等価なことが起こります。その磁束の大きさというのは、この立体角に磁束量子を掛けた量で与えられます。

こういう傾いたスピンの中を運動する伝導電子を考えると、伝導電子もスピンを持ちますから、原子サイトに局在したスピン(磁気モーメント)との結合が非常に強いときには、伝導電子のスピンは運動するにつれ、局在スピンの方向に曲げられていくのですが、その時に波動関数に位相が生じ、実効的に右回りの電子と左周りの電子とはお互いに干渉し合うということが起こるわけです。

これをもっと拡張したのが、スキルミオンの場合でして、スキルミオンというのは、この3点だけではなくて電子スピンのいっぱいあるわけですが、要は全立体角というのはちょうど  $4\pi$  で、それを  $4\pi$  で割ったのが、このスキルミオン数という整数になっています。だから、1個スキルミオンがあって、そこに伝導電子が存在して、局在した磁気

モーメントと強く結合していると、ちょうどこのスキルミオン1個が1個の磁束量子を運んでいるようなことになるわけです。

もし、スキルミオンがいっぱい存在すれば、たとえば10平方ナノメートルに1個スキルミオンがあれば、その時に電子系が感じる実効的な磁場というのがいくらになるかっていうと400テスラもの極めて大きな値になるのです。いわゆるスピン軌道相互作用がなくても、スピンの傾きだけで大きな磁場を電子系に与えることができる。だから、スキルミオンがあると、電子はスキルミオンの上を走る時に、大きな磁束で曲げられる、いわゆるホール効果が起こるのです。

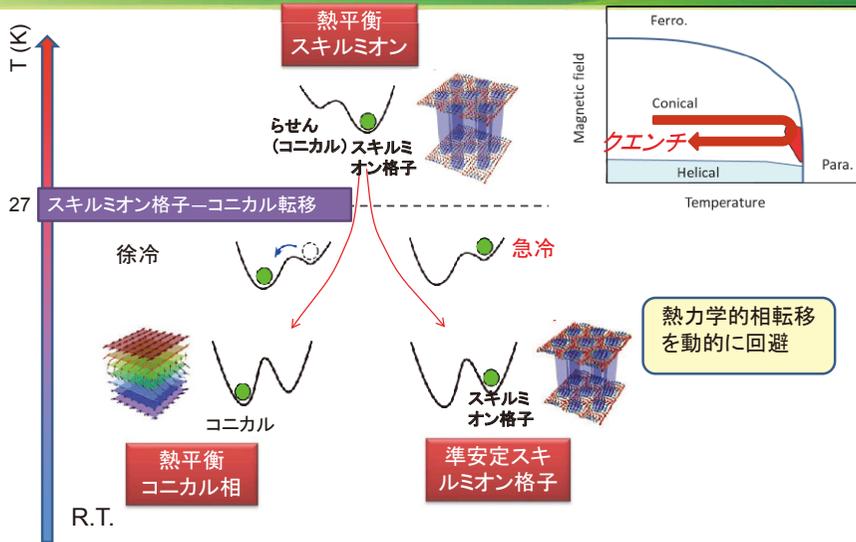
#### <スライド 19 >

このスキルミオンの出す創発磁場が起こすホール効果は、スキルミオンを検出するのにも使えます。例えば、元々のバルクの結晶では、ほんの非常に狭いところにしかスキルミオンというのはいないと言いましたけれど、実は一旦スキルミオンを作ってパッと冷やすと、スキルミオンが低温まで安定します。つまり、磁場下で温度をスキルミオンが熱力学的に存在するところまで上げておいて、それで急激に冷やします。みなさんご存知のように、水をサッと冷やすと、氷ではなく過冷却の水ができますけれど、あれは一次相転移で自由エネルギーのバリアがある時の特徴なのです。その場合と似ていて、ゆっくり冷やすと普通のコニカルというスクリュウ型のらせん磁気構造になるのですけれども、急冷すると、スキルミオンがスキルミオン相のままにとどまります。トポロジーの保護を受けたスキルミオン系では、こういう過冷却効果が非常に激しい形で起こります。

#### <スライド 20 >

試料に電流を流すとき、電流を流し過ぎると試料が熱くなります。熱くなったところで電流をパッと切ることになります。試料の抵抗が温度変化で変わるのを利用して温度計代わりにすると、いつでもどれくらい温度が上がって、どれくらい下がったかが分かります。ちょうど、スキルミオンのいるところまで温度を上げておいて、それでパッと冷やすと、だいたい1秒間に700Kとか1000Kとかいう速さで、急冷することができます。そうすると、普通だとホール効果というのはほとんど出ないのですけれども、スキルミオンを急冷してスキルミオンを保っていると、ほぼ100パーセントのスキルミオン格子が保持されたまま、非常に大きなホール効果が生じます。すなわち、実効的に強い磁場が働いているよう

# 準安定スキルミオン

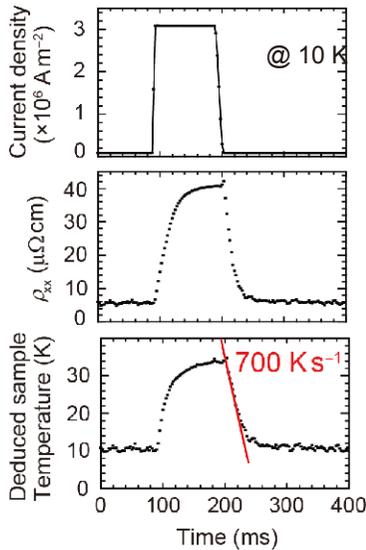


19

スライド 19

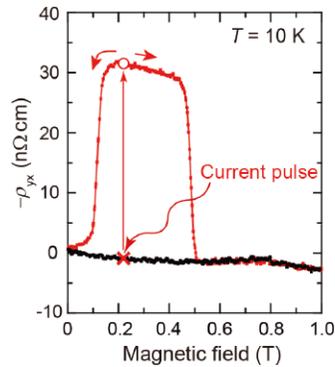
# 急冷(スキルミオンのクエンチ)の仕方

矩形パルス電流を流して昇温・急冷



スキルミオン格子は強い創発磁場を発生

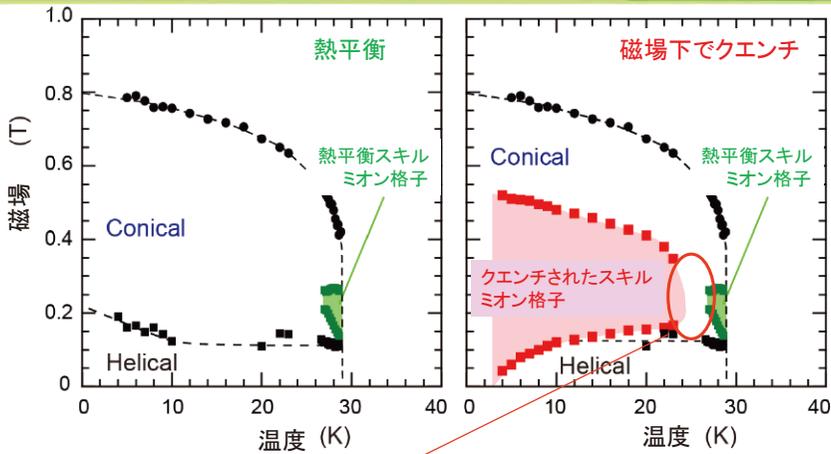
巨大なトポジカルホール効果出現



Oike, Kagawa et al, Nature Phys. (2016)

スライド 20

## 熱平衡状態のスキルミオン格子と準安定化



1. クエンチしたらスキルミオンは低温で著しく安定(実質上無限の寿命)
2. 熱平衡とクエンチされたスキルミオンの存在領域にギャップ

➡ 準安定スキルミオンが短寿命

Oike, Kagawa et al, Nature Phys. (2016)<sup>21</sup>

スライド 21

なスキルミオン格子ができます。

<スライド 21 >

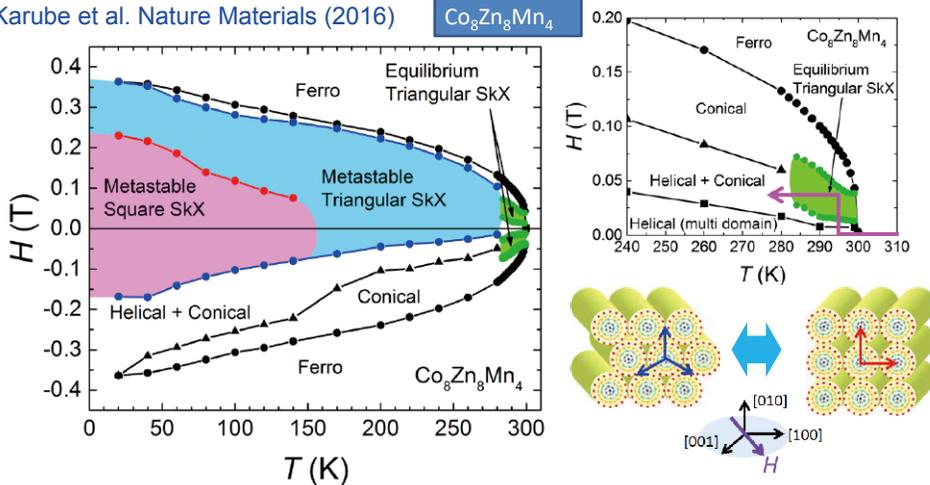
その後実際に中性子散乱実験でも確認してあるのですが、スキルミオンというのは熱平衡では臨界温度近傍にしかいなかったのに、そこから急冷することによって、もっと広い範囲で、絶対零度まで、安定なスキルミオンが保持されて、その寿命というのは実質上ものすごく永くなります。しかし、それでも、温度を上げていくとやがてスキルミオンが壊れていくが、さらにと温度を上げると、全部壊れた後に、また熱平衡状態のスキルミオン相が復活するという面白い現象が起こります。

これは非常に特殊な現象だと思われるかもしれませんが、実は応用上は大変大事でして、スキルミオンというのは1個1個を扱う時には、基本的には準安定なスキルミオンでなくてはいけなくて、いつでも壊れない状態として、右に動かしたり左に動かしたりすることをしたいのです。

## 室温スキルミオンとその準安定化 (高温キラル磁石)

Karube et al. Nature Materials (2016)

$\text{Co}_8\text{Zn}_8\text{Mn}_4$



- ✓ ゆっくり磁場冷却しても一度作ったスキルミオンは壊れない。
- ✓ 結晶構成粒子としてのスキルミオンは結晶構造変化を示す。

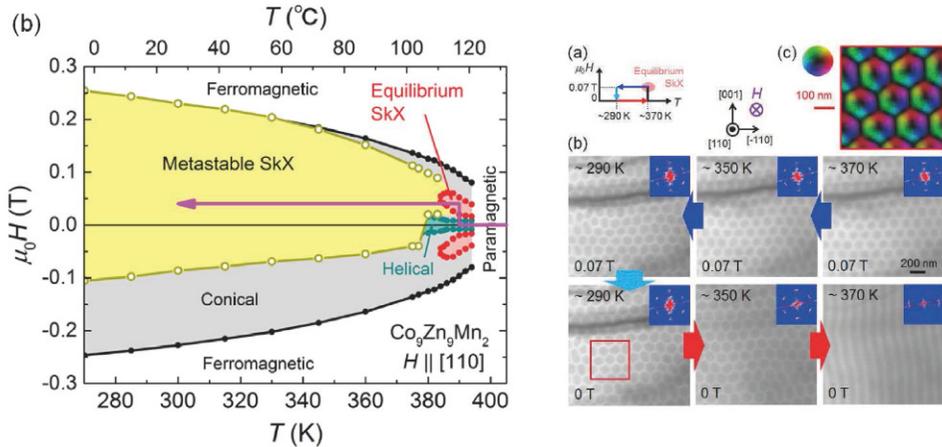
スライド 22

<スライド 22>

最近、室温付近以下でらせん磁性を示すキラルな磁石を調べたのですが、やはり室温付近の非常に狭い温度域で、スキルミオン格子相(SkX)ができています。その状態でそれをパッと冷やす、ただ、この場合の急冷というとは、充分ゆっくり冷やすぐらいの速度でいいのですが。元々これは、固溶体といって、ランダムポテンシャルのある系なので、スキルミオンはいったんできると簡単には壊れません。だから1回磁場をかけておいて、普通に冷やすといたるところでスキルミオンだらけになるということが出来ます。もっと極端な例としては、このスキルミオンは粒子ですから、初めは今まで述べてきたように、三角格子に並んでいるのですけれども、これを冷やしていくと、途中で正方格子の並びに変化します。だから準安定なスキルミオンが粒子として一種の結晶構造の相転移を起こすのです。

# 室温で持ち運べるスキルミオン結晶

## 高温キラル磁石 $\text{Co}_9\text{Zn}_9\text{Mn}_2$



23

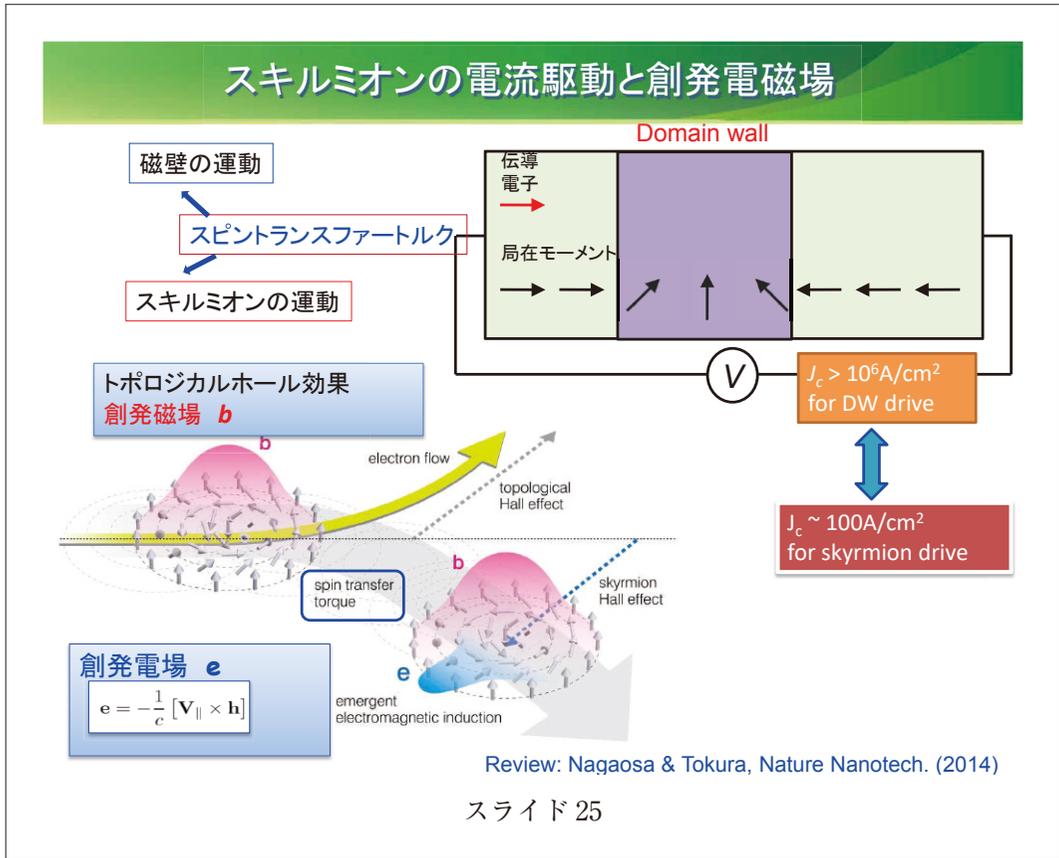
スライド 23

<スライド 23>

最近では、スキルミオン相の出現温度がもっと高くできています。400K、127度です。この温度で、小さな磁場をかけると、スキルミオンができるのですが、それを冷やすと磁場をゼロにしてもスキルミオンは安定なままです。だから、例えば回折実験に持っていくときには、1回温度を上げて磁場をかけてそれを室温に冷やします。そうすると、ポケットの中に入れて持ち運んでも、このキラル結晶の中はスキルミオンだらけになります。それは簡単には壊れないので、そのまま観察実験できますし、これを、実際ローレンツ電子顕微鏡で見ると確かにこのようなきれいなスキルミオン格子ができているというわけです。これは、スキルミオンの応用ということを考えるときには大変いいことです。

<スライド 25>

それでは、スキルミオンはそのほかにどのような面白い性質があるでしょう。重要な特徴は、スキルミオンは電流で、正確に言えば電流でなくてもスピンの流れによって、非常



に敏感に駆動できるのです。

次世代の不揮発性メモリとして有望視されているものに、MRAM というものがあるのをご存知かと思います。そこにシンボリックに使われているテクノロジーというのは、スピン流、つまり、スピンを持った伝導電子を流して、磁壁に運動量を与えて押してやりま。そうすると、磁壁が磁場をかけなくても、スピン流だけで動かすことができるのです。ただし、それには  $10^6 \text{ A/cm}^2 \sim 10^8 \text{ A/cm}^2$  程度のかかなり高い電流密度が必要です。ところが、スキルミオンというのは、実効的にスキルミオン 1 個が大きな仮想磁束(創発磁場)を持っていて、これを後ろから電流で押してやると、スキルミオンを桁違いに低い電流密度で動かすことができます。スキルミオンの創発磁場によるローレンツ力で電子が曲げられますが、その反作用として今度はスキルミオン自体が反対側に曲がります。これをスキルミオンホール効果と言います。スキルミオンが動くと、今度は、実効的に磁束が動くわけことになりますから、一種の電磁誘導が起こります。だから、電子系に対して新しい電場が、こういうトポジカルな粒子の運動から生じるというわけです。

## スキルミオンの運動方程式 Thiele equation

$$-m_{\text{Sk}} \dot{\mathbf{v}}_d + G e_z \times (\mathbf{v}_s - \mathbf{v}_d) + \mathcal{D}(\beta \mathbf{v}_s - \alpha \mathbf{v}_d) + \mathbf{F} = 0$$

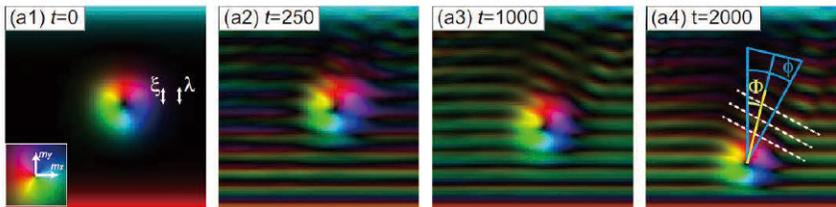
スピン流速度

スキルミオンのドリフト速度

external force

$G = \int \mathbf{m}_r \cdot (\partial_x \mathbf{m}_r \times \partial_y \mathbf{m}_r) dx dy$  : Gyrocoupling vector ~スキルミオン数  
スキルミオン, 非共面のDWに働く

$\mathcal{D}_{ij} = \int (\partial_i \mathbf{m}_r \cdot \partial_j \mathbf{m}_r) dx dy$  : Dissipation tensor



J. Iwasaki, A.J. Beekman, and N. Nagaosa, PR B 89, 064412 (2014).

26

スライド 26

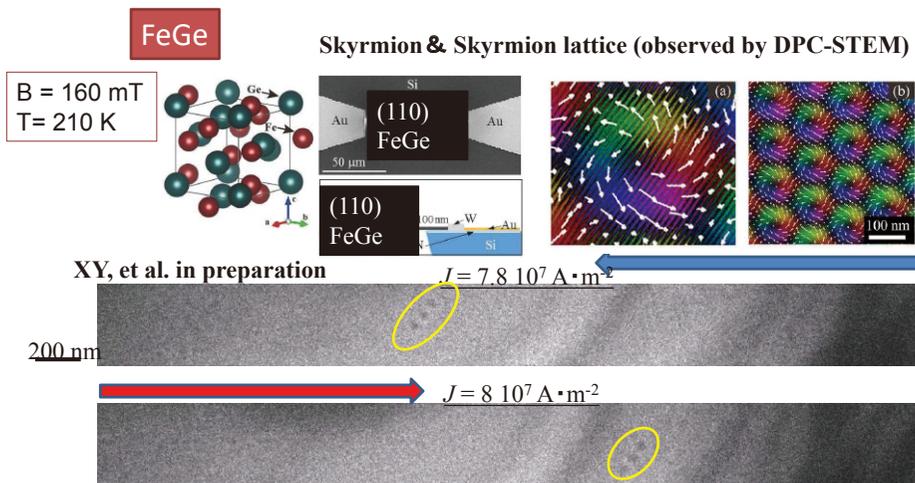
<スライド 26 >

スキルミオンの運動方程式を書いてみます。スピン流の速度  $v_s$  と、スキルミオンのドリフト速度  $v_d$  の差がジャイロ結合ベクトル  $G$  で結合しています。この  $G$  の式は一見ややこしいですが、これは正に先ほど述べたスキルミオン数を導いた式そのものです。だから、スピンの非共面的に曲がったスキルミオンには、極めて有効にスピン流(電子流)が働いて、スキルミオンを駆動するということが分かります。

<スライド 27 >

実際、スキルミオンというのはどんな風に動くかを動画で示します。ここに3つスキルミオンがあるのが分かるでしょうか。左の方向に電流を流す、つまり電子を右に走らせると、このスキルミオンが、右側に動いていきます。本当に動いているところは速くて電子顕微鏡では追えないのですが、実際にはいっぱいトラップがあるので、トラップからトラップへパッと動くので、流れているのがわかるのです。下側の図も3つあります。今度は逆

## 電流によるスキルミオンの駆動



27

スライド 27

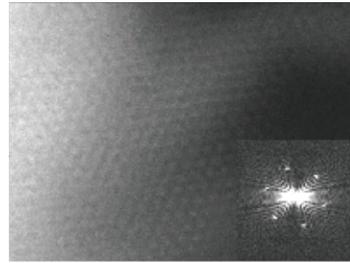
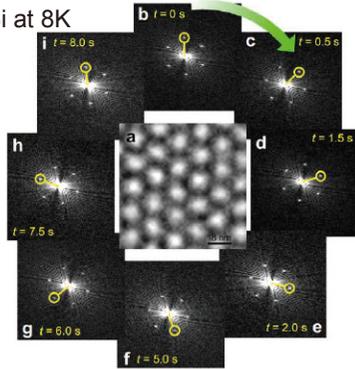
方向に電流を流すと、スキルミオンも上側の場合とは逆方向に駆動されます。

<スライド 28 >

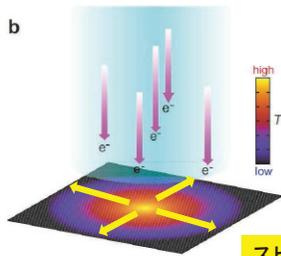
スキルミオンを動かすのは、本質的には電流ではなくスピン流なので、別に金属でなくてもいいのです。例えば、ある磁性体を、これは絶縁体でも金属でもいいのですが、温めます。真ん中付近を温めると、そこでいわゆるスピン波というのがいっぱい励起され、そこからスピンの拡散していきます。これも一種のスピン流です。ここで、電子顕微鏡で観測していてスキルミオンがぼやって見えているのが分かるでしょうか。この上から電子をバンバン当てるわけです。真ん中付近が温度として3度か4度ぐらい上がります。そうすると、スピン流が中心から外側に向かって放射状に流れるのです。そうすると、スキルミオンの集団がグルグル回転しています。フーリエ変換というのを施すと、スキルミオンの並びは逆格子空間で六角形に見えるのですが、それが、ある一方向にだけラチェットの的ぐるぐる回転するのがわかります。これも先ほどのジャイロ結合ベクトル

## スキルミオン マイクロ結晶のラチェット運動

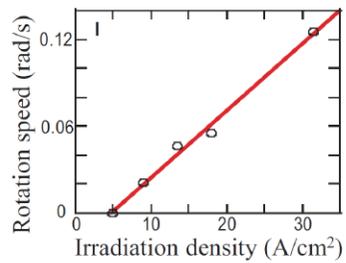
MnSi at 8K



MnSi at 8K



スピンの流



28

スライド 28

あるいはスキルミオン数のためです。

<スライド 30 >

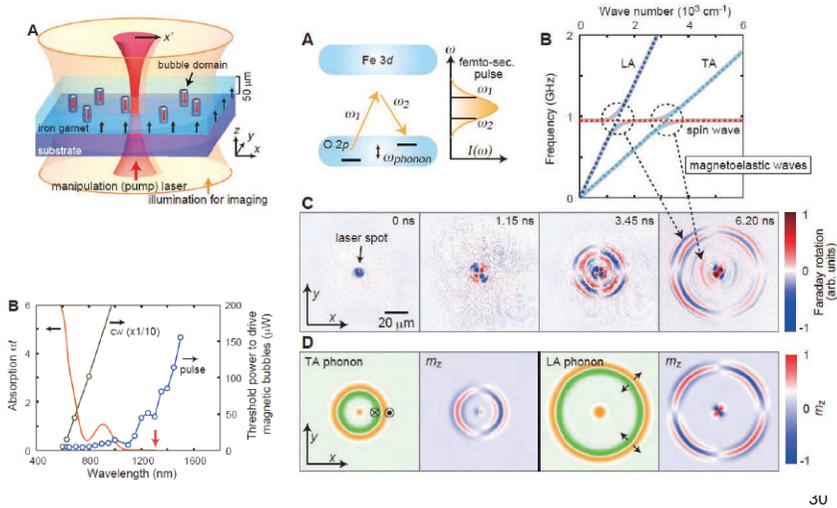
このほかにも、スピンの流を流すにはいろいろな方法があります。例えば、外部からフェムト秒パルスレーザーをあてると、スピンの流の励起を起すことができます。その時には、格子の振動とスピンの流れが結合した、磁気弾性波を出すことが分かっています。実際それをファラデー効果を使って可視化したのが、右下の図面です。一か所にパルス光を照射すると、ラマン過程によって磁気弾性波がたち、同心円状にスピン波伝わっていくのが見えます。この場合は温度が上がることはありません。

<スライド 31 >

そういう励起を使っても、スキルミオンを動かすことができるのです。ここに小さな明るい点が見えるのが、レーザースポットです。ここに写っているスキルミオンは、バブル

## パルスレーザー光で発生させるスピン - 弾性波 (～スピン流)

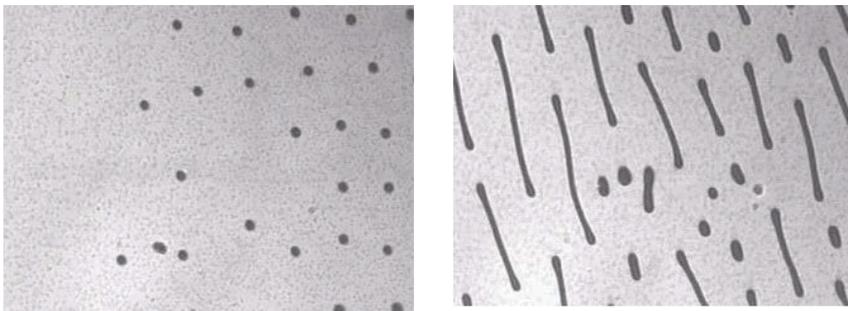
Ogawa et al. PNAS (2015)



スライド 30

## スキルミオン(磁気バブル)のレーザー駆動

Manipulation of a single bubble  
by linear polarization (magnetoelastic wave) 1300 nm, 120 fs, 1 kHz, ~0.25 μJ, linear polarization



鉄ガーネット膜

N. Ogawa et al. PNAS (2015)

Spin current drives the curved spin texture!

スライド 31

## スキルミオンメモリ？

スキルミオン電流駆動のシミュレーション W. Koshibae et al. JJAP (2015)

書き込み時間	0.7 ナノ秒
消去時間	0.7 ナノ秒
集積度	22 Gbits/(cm) <sup>2</sup>
	(Skyrmion size 15 nm)
電流密度	$1 \times 10^6$ A/cm <sup>2</sup>



## スキルミオンレーストラックメモリ？

32

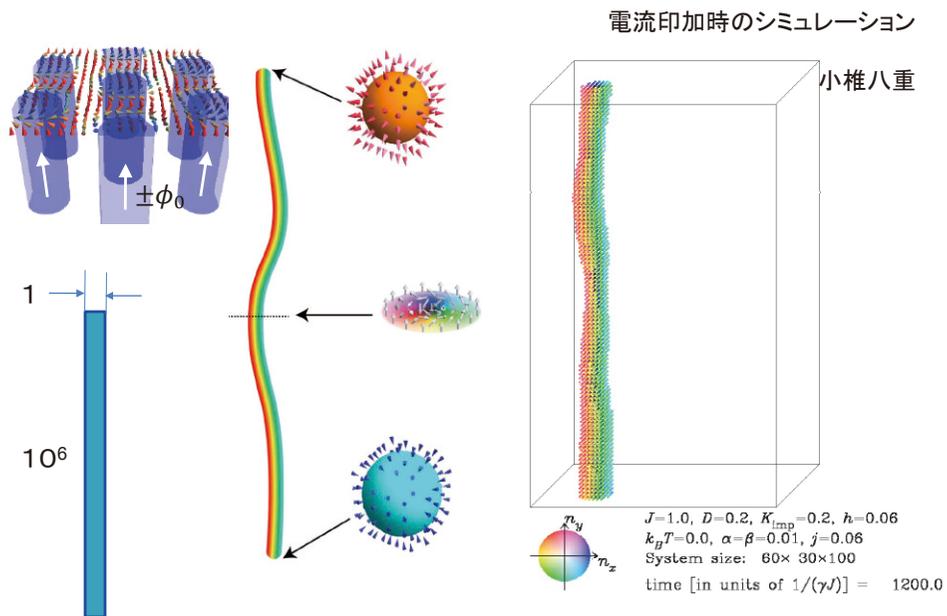
スライド 32

状のものでミクロン程度と大きいのですが、円や曲がった形状のところでは、先ほどのスピカイラリティーというスピンの張る立体角ができていて、近くにスピ流が出てくると、スピ流源のレーザースポットに引き付けられます。スポットを動かすとそれを追いかけていきます。スピンの並びが曲がっているところにスピ流は作用するので、先の丸い棒状の磁気ドメインも、曲がっているところだけはレーザースポットを追いかけていくのです。このように、スピ流というのは、ものすごく有効に、こういう曲がったスピン空間を駆動するということができるわけで、だから、これをもってスキルミオンで、小さなメモリを構成しようとする応用研究が、ヨーロッパを中心にして大変盛んになされています。

<スライド 32 >

これは、先ほどと違って、実際の実験結果ではありませんが、LLG 方程式というのを使った真面目なシミュレーションの結果です。左上で、スキルミオンを作っておいて、電

バルク結晶中ではスキルミオンは仮想磁束を閉じ込めた長いストリング



スライド 34

流を流すと、レーストラックの上をぐるぐる回り始めます。これがメモリーになるのではないかというのです。スキルミオンをメモリーに使うという応用研究の流れも非常に大きくなってきています。

### <スライド 34 >

では今度はスキルミオンが壊れたり動いたりした時に、どんなことが起こるかを考える上でも重要なもう一つの創発トロジカル粒子として、磁気モノポールの話をしたと思います。今までスキルミオンというのは、まるで、玉ころのような粒子があるというイメージでしたが、薄い物質だとスキルミオンは左上の図に示すような円筒状のピストンのような形をしています。しかし、大きなバルク結晶を作ってきて磁場をかけても、もちろんスキルミオンはできます。たとえば、1 ミリとか10 ミリ、1 センチの結晶で磁場をかけると、やはりスキルミオンがいっぱいできるわけですが、これは試料の端から端までスキルミオンのひも(ストリング)が伸びた状態になっています。その時、スキルミオンの半径という

のは、20 ナノとか10 ナノですから、1 センチというと、これがだいたい1 対  $10^6$  のアスペクト比、例えていうならここに10 センチぐらいの直径のスキルミオンがもしあったとしたら、スキルミオンのストリングは、だいたい静岡ぐらい、100 キロメートル続いていることになります。だから、ものすごく長いので、熱的にゆらゆら揺らいでいるはずであり、あるいはどこかで千切れないかということを考えなければなりません。

これは、スキルミオンのストリングを電流で駆動していくときのシミュレーション動画です。不純物を試料中に分布させておくと、あるところでスキルミオンが千切れますが、その途端、その千切れた箇所が逆方向に走ってスキルミオンストリング自体を消し去ってしまいます。スキルミオンが千切れてなくなれば、スキルミオン数はゼロです。スキルミオンストリングのところは、スキルミオン数が1 ですから、それが千切れたところは、スキルミオン数が1 から0 の急に変わっているわけで、これは一種の特異点なのです。この特異点は、磁気的なモノポールがいてと考えてもいいことになります。スキルミオンが壊れるということは、この端っこの点、モノポールと反モノポールが、再結合して、スキルミオンを消すということになっていると考えていいかと思います。

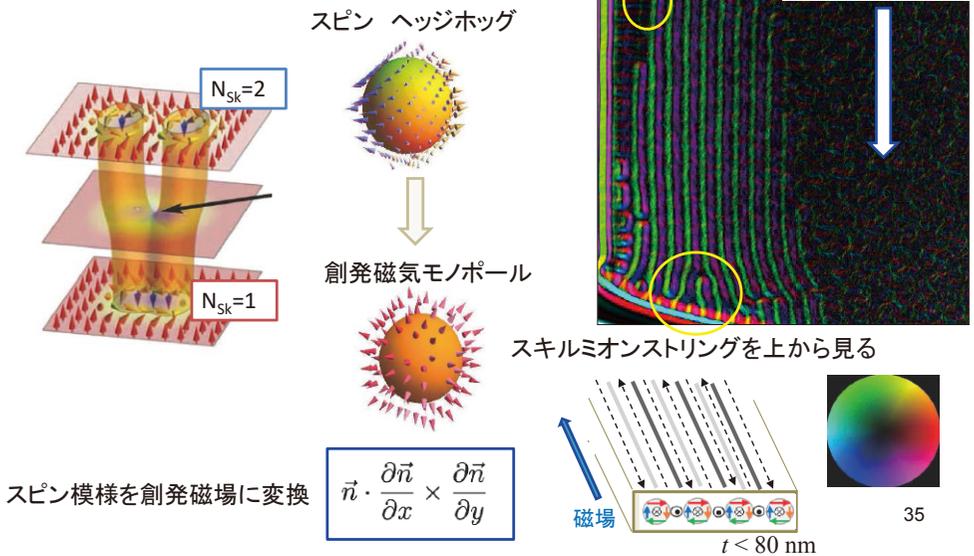
### <スライド 35 >

モノポールを作る別の例として、左の図のように、スキルミオンストリングが枝分かれているような欠陥を考えましょう。下側ではスキルミオンナンバーが1 で、上側では2 ですから、この枝分かれのところが、スキルミオン数が不連続に変化する特異点、すなわち創発磁気モノポールです。ここの状態のスピンの状態はヘッジホッグというハリネズミのような形をしています。これを先ほどの電子に対する実効的な磁場に変換する、つまりスキルミオン数を計算する式に当てはめて、電子に対する磁力を計算すると、仮想磁束(創発磁場)の湧き出しのようになっています。これが、このハリネズミの特異点を創発磁気モノポールと呼んできた理由です。

実際にこのようなスキルミオンストリングの端や枝分かれ、すなわちスピンヘッジホッグを観察したのが右の写真です。磁場を薄い試料に横にかけて、その上から先ほどのローレンツ電子顕微鏡で見ますと、スキルミオンストリングが千切れてたり、枝分かれているのが見えます。そこは創発磁気モノポールが存在しているはずですが、しかし、スキルミオン結晶の欠陥とか、あるいは壊れる時だけにモノポールが見えるというだと、あまり面白くないですね。だから、何とかこのモノポールを大量に生成したいわけです。それを制

## スキルミオンリングの分岐や末端＝創発磁気モノポール

スキルミオン数の跳び  $\Delta N_{sk}$



スライド 35

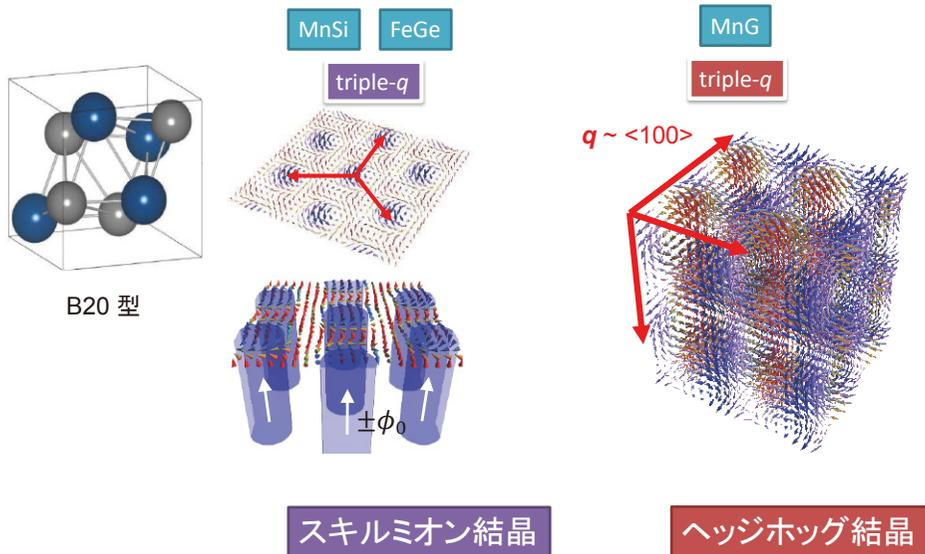
御できれば、電子系にもものすごく大きな磁場や電磁誘導を与えることができるはずですから、面白いことが起こるはずですよ。

<スライド 36 >

ひとつのいい例として、同じように B20 構造という先ほどのキラル結晶をとりますと、構成原子をちょっと変えると、磁気異方性などの磁気パラメータをいろいろコントロールすることができて、2 通りのトポロジカルなスピン結晶ができます。左に示すのが先ほどのスキルミオン結晶でして、かけた磁場に垂直な平面内にある 3 つのらせん方向ベクトル ( $q$  ベクトル) が合成された状態とみてよく、このスキルミオン結晶ではスキルミオンリングが柱状にまっすぐ磁場方向に走っています。ところが、FeGe の鉄をマンガンに変える、すなわち MnGe になると、同じく 3 つの  $q$  ベクトルの合成状態でも、正三角形の方向を向くのではなくて、[100]、[010]、[001] という立方晶の直交軸の方向に向いて、それで 3 つを足し算すると、右に示すような奇妙なスピン構造になるのです。

# B20 型キラル磁性体 波の重ね合わせ次第

36



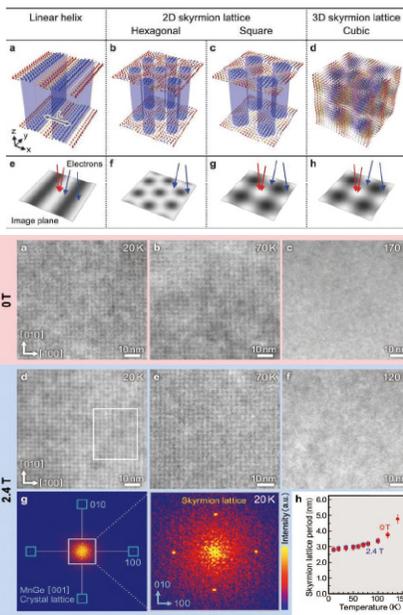
スライド 36

<スライド 37 >

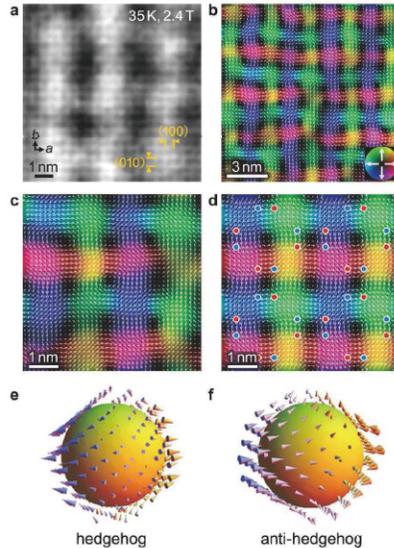
ローレンツ電子顕微鏡を用いてこの磁気構造を実空間で見ることができています。らせんの周期は3ナノメートルぐらいと非常に小さいですが、3次元のスピンの構造の上からの投影を見ると、ここに示すように正方格子のように見えますですけれども、実際にそれを見たのが左図で、それを拡大したのが右の図です。実際のスピンの向きに変換したのがカラー図です。先ほどの3つの $q$ ベクトルを3次元で重ね合わせたスピンの構造を仮定したシミュレーション結果とよい一致を示します。

右図左上(a)の図をよくみると、薄くかげろうのようにもっと細かい模様がありますが、実はこれは原子の結晶格子なのです。だから、原子の上にこのようなスピンのテクスチャーが、原子間隔(格子定数)の数倍の周期で乗っている、というわけです。フーリエ変換をよくご存じの方は、左の最下段の図を見ると、原子の小さな立方格子のスポットがあって、その内側を拡大すると磁気的な格子のスポットが見えているのがわかると思います。この磁気結晶格子というのが、まさに先ほど言った、スピンのヘッジホッグ、反ヘッジホッグ

# スピン ヘッジホッグ結晶の実空間観察



Tanigaki et al. Nao Lett. (2015)



スライド 37

の周期的配列に対応しています。

<スライド 38 >

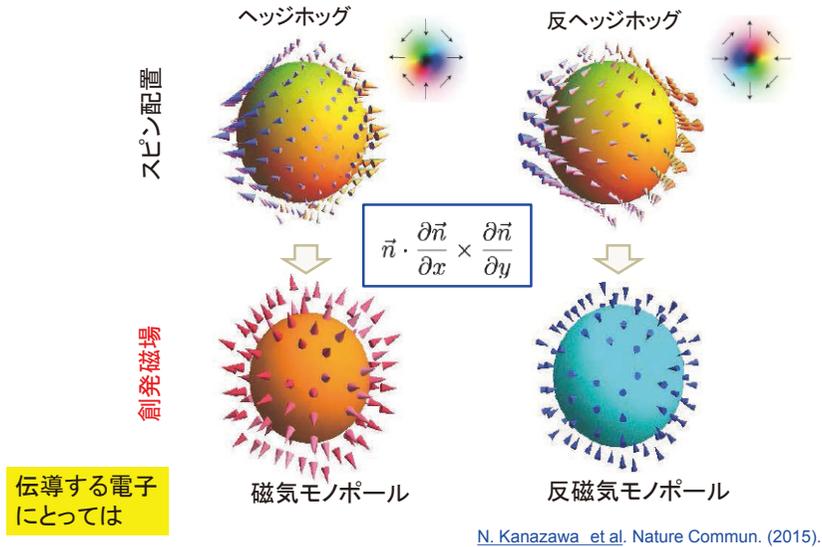
このヘッジホッグ、反ヘッジホッグという状態というのを、電子に対する電磁場を計算してやると、先ほどいったように磁力線の湧き出し、あるいは磁力線の吸い込みになって、まさに磁気モノポールと反磁気モノポールになっています。もちろん、連続体近似の上での話です。伝導する電子にとっては、モノポールと反モノポールが、規則正しく並んだ状態でお互い磁力線を及ぼし合っているとと言えます。

<スライド 39 >

面白いのは、磁場をかけていくとモノポールと反モノポールの位置が相対的に変化しくことです。それであるところで、モノポールと反モノポールを繋ぐストリングがせいっぱい伸びきって、スキルミオン数が最大化するところがあります。さらに磁場をかけると、

# Monopole and anti-monopole

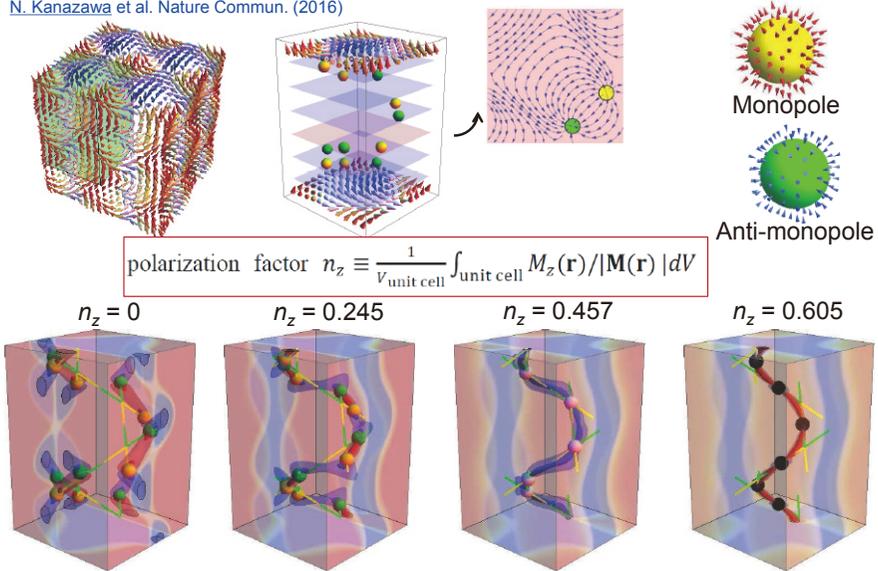
38



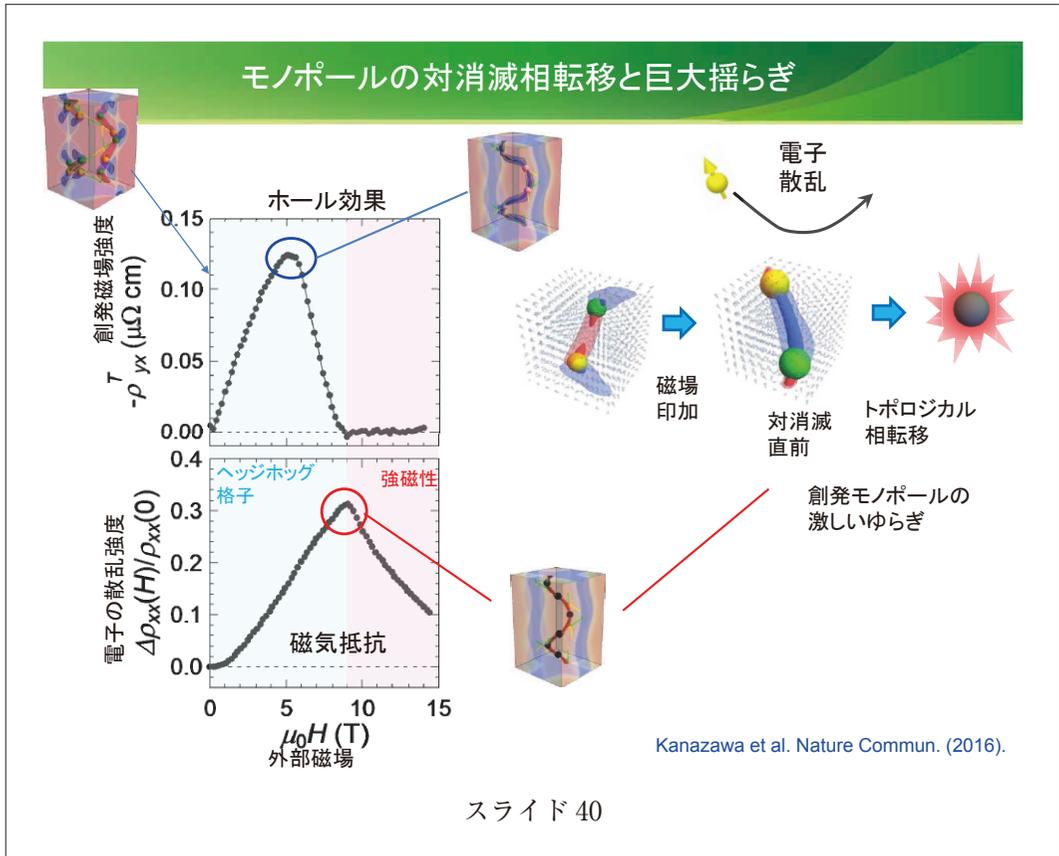
スライド 38

# 外部磁場によってモノポール結晶を制御する

[N. Kanazawa et al. Nature Commun. \(2016\)](#)



スライド 39



やがてモノポールと反モノポールがぶつかって消滅し、消滅した後はトポロジカルにトリビアルなコニカル相とよばれるらせん状態や強磁性のスピンの状態に変わってしまいます。

<スライド 40>

こういう過程で電子系で何が起こるかを見る時には、抵抗を測ったりホール効果を測ったりして、電子の輸送現象を調べます。たとえばホール効果を測るために、磁場をかけていきます。最初、ヘッジホッグ、反ヘッジホッグ、あるいは電子系にとってはモノポールと反モノポールの結晶で、だからトータルとしてはスキルミオン数はゼロなので何も出ないですけども、そのうちにストリングがある方向にどんどん伸びていくので、そこに実効的な磁場が最大値になります。そうすると、実効的に 100 テスラ程度の巨大な磁場がここに生じているということがホール効果から分かります。さらに磁場を上げていくと、やがて、ヘッジホッグと反ヘッジホッグが、つまりモノポールが対消滅して、これ再びゼロになってしまいます。その対消滅近辺でなにが起こっているかっていうと、元の抵抗に比

## Magnetism meets topology. 磁性とトポロジーの邂逅

強相関電子

+

トポロジー

磁性

超伝導

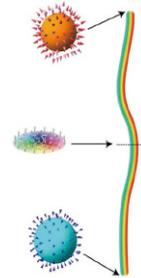
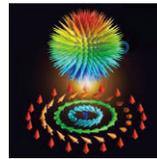


Wikipedia

トポジカルなスピン模様

～運動量空間と実空間～

- ・磁性トポジカル絶縁体
- ・ワイル半金属
- ・スキルミオン
- ・磁気モノポール



スライド 41

べて 30% ぐらい抵抗が上がっています。磁性体で、正の磁気抵抗がでる(磁場印加で抵抗が増える)というのはとっても変なこととして、普通は逆に 10% ぐらい減るのはよくあるのです。ちょうどモノポールが対消滅するあたりで、電子を強く散乱する現象が起きているというわけです。だから、モノポールと反モノポールがぶつかる時には、トポロジカルからノントポロジカルな状態へ、相転移が起こるのですけれども、その時にはモノポール対が消滅したり生成したりする巨大な磁気ゆらぎが起きていると考えられ、これが、電子を非常に効率良く散乱しているのではないかと考えられています。だから、もしこの創発磁気モノポールをうまく固体中で制御できれば、いろいろな面白いことが起こるはずです。例えばこのモノポールが一方向に走ると、たとえば環状の電場を生じたり、モノポールと反モノポールがぶつかると、非常に大きな磁気ゆらぎが生じたりするはずです。

<スライド 41 >

以上の話をまとめます。やはり磁性というのは実空間でイメージしやすいですが、トポロ

ジーと出会ったことによって非常にバラエティーが出てきました。磁気のトポロジーが電子系に与える影響っていうのを調べてきましたけれども、トポロジカルなスピネクスタのサイズが電子の平均自由行程よりも短くなってくると、ある場合、これをもう1回運動量空間で考えなくてはいけなくなりますが、そのちょうど境目のところが非常に面白いところだと思っています。

今日は、ここでお話しできませんでしたが、川上先生の話にありましたように、磁性を付与したようなトポロジカル絶縁体とか、磁性によって誘起されるワイル半金属も、運動量空間でのモノポール、反モノポールを生み出し、非常に面白い性質を出します。そして、今まで見てきたように、実空間ではスキルミオンや磁気モノポールが、色々と面白い性質を生み出します。

強相関電子系、すなわち電子間の相互作用が非常に強くなる系の代表選手というのが磁性と超電導ですが、それがトポロジーと邂逅することによって、固体物性の新しい考え方を惹起し、新しい物性科学がこれから進展するだろうと思っています。

ご清聴ありがとうございました。

#### 【司会】

ありがとうございました。いろいろ盛り沢山の内容でしたが、何か質問、ありますでしょうか。

#### 【質問】

途中で反スキルミオンの話がでしたが、そのスキルミオン数はいくつですか？

#### 【十倉】

定義式によれば、反スキルミオンのスキルミオン数はプラス1で普通のスキルミオンはマイナス1です。

#### 【質問】

マイナスなのですか？

### 【十倉】

ええ、マイナスです。たとえば、スキルミオンを、電流で動かす時に、普通のスキルミオンと反スキルミオンは逆方向に動きます。

### 【質問】

時間反転対称性を破って作るワイル半金属は、今後どのように検証が可能になるのでしょうか。展望というのは。

### 【十倉】

川上先生も話された通り、なかなか実験的には難しいというか、非常に狭い領域でしか、出現しないのですが、ひとつの考え方は、それに近い領域でいろんな方向に磁場をかけたりすると、非常に広範囲にトポロジカルな状態が現れるというのが起こります。その状態は、非常に敏感に外場に応答して、たとえば圧力とかキャリア数のちょっとした変化によって、モノポールの特異点が対消滅して、普通のバンド構造になることもあります。たとえば時間軸でこの2つの運動量空間でのモノポール、反モノポールの高速ダイナミクスを起こせば、非常に面白いことができるのではないかと思います。

### 【質問】

スキルミオンをスピン流で駆動するお話の時に、慣性質量がない時には効率の良い駆動ができるとおっしゃっていましたが、慣性質量というのはどのように決まるんですか。

### 【十倉】

これは、なかなか難しい問題なのですが、基本的には無限の平面で考えた時には、慣性質量は無いと考えられるのです。無いとはどういうことかということ、電流を流している間は駆動されても、電流を止めたら瞬間に慣性がないために止まる。これは制御機能としてはとてもいいことですね。ところが、境界条件があって、スキルミオンに対するポテンシャルがあって、境界でスキルミオンが跳ね返されるという時には慣性質量が出てくるようで、実は質量というのは、境界条件とかそれによって変わってくると考えられています。

**【質問】**

それからドメインウォールを外場で駆動する時も慣性質量があると思うのですが、それとスキルミオンの慣性質量系は大体一致という・・・

**【十倉】**

スキルミオンの方が遥かに小さいです。というか、普通の場合にはゼロだと思っています。

**【司会】**

なかなか専門的な話ですね。他にご質問は。

**【質問】**

最後のモノポールの話でちょっと混乱したのですが、スキルミオンのひもが切れるとモノポールが出てきているという話と、最後に磁場をかけてやるとモノポールと反モノポールを繋ぐひもが伸びて、ホール効果が増大するという話のつながりがよく分からないのですが。

**【十倉】**

最後に述べた場合の、 $x, y, z$  の3方向の  $q$  ベクトルが存在するときには、モノポールと反モノポールが結晶化していて、両方います。このモノポールが反モノポールは、スピントクスチャーでいえばヘッジホッグと反ヘッジホッグですが、これが磁場下で消滅することができるのです。また、消滅に至る前に、磁場下でストリングを一方向にだけ伸ばすことができます。元々モノポールと反モノポールがある間隔で規則正しく並んでいると、トータルの創発磁場というのはゼロなのですが、磁場をかけるとアンバランスが出てきて、中間磁場で最大になり、さらに磁場をかけると、やがて対消滅してゼロになる、ということです。

**【質問】**

磁場ゼロの時は、モノポールと反モノポールが並んでいるけれど切れないでちゃんと並んでいるということですか。

**【十倉】**

はい、再結合せずに釣り合っています。

**【司会】**

どうもありがとうございました。

